SENEMATHS

COURS

4ème

EDITION

2019

ACTIVITES NUMERIQUES

Les Égyptiens ont utilisé les mathématiques principalement pour le calcul des salaires, la gestion des récoltes, les calculs de surface et de volume et dans leurs travaux d'irrigation et de construction. Ils utilisaient un système d'écriture des nombres additionnels (numération égyptienne). Ils connaissaient les quatre opérations, étaient familiers du calcul fractionnaire (basé uniquement sur les inverses d'entiers naturels) et étaient capables de résoudre des équations du premier degré par la méthode de la fausse position. Ils utilisaient une approximation fractionnaire. Les équations ne sont pas écrites, mais elles sous-tendent les explications données.

On découvre que les Chinois avaient développé des méthodes de calcul et de démonstrations qui leur étaient propres : arithmétique, fractions, extraction des racines carrées et cubiques, mode de calcul de l'aire du disque, volume de la pyramide et méthode du pivot de Gauss. Leur développement des algorithmes de calcul est remarquablement moderne. Mais on trouve aussi, sur des os de moutons et de bœufs, des gravures prouvant qu'ils utilisaient un système décimal positionnel (numération chinoise). Ils sont aussi à l'origine d'abaques les aidant à calculer. Les mathématiques chinoises avant notre ère sont principalement tournées vers les calculs utilitaires.

Les mathématiciens musulmans vont considérablement enrichir les mathématiques, développant l'embryon de ce qui deviendra l'algèbre, répandant le système décimal indien avec les chiffres improprement appelés chiffres arabes et développant des algorithmes de calculs.

CHAPITRE 1 : L'ENSEMBLE DES NOMBRES RATIONNELS

Durée : 14 heures

Objectif de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Reconnaître un nombre rationnel.
- Écrire un nombre rationnel sous plusieurs formes
- Additionner et soustraire des nombres rationnels.
- Connaître l'opposé d'un nombre rationnel.
- Calculer le produit de nombres rationnels
- Déterminer l'inverse d'un nombre rationnel non nul.
- Calculer le quotient d'un nombre rationnel par un nombre rationnel non nul.
- Calculer la puissance entière d'un nombre rationnel.
- Connaître et utiliser les propriétés de la valeur absolue d'un nombre rationnel.
- Connaître et utiliser la condition d'égalité de deux nombres rationnels.
- Connaître et utiliser la compatibilité de l'addition et de l'égalité des nombres rationnels.
- Connaître et utiliser la compatibilité de la multiplication et de l'inégalité des nombres rationnels.
- Trouver une approximation décimale d'un nombre rationnel au dixième, au centième, ou au millième par défaut ou par excès.

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, *Histoire des mathématiques*, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973.

Programme de maths Octobre 2006, Guides pédagogiques 4ème, Guide d'usage 4ème, CIAM 4ème, Collection Excellence 4ème, Documents stagiaires, Maths 4ème Nathan, Maths 4ème Hatier Triangle, Maths 4ème Pythagore, Internet.

Matériel et supports didactiques :

-Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.

-Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons, une calculatrice.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Décomposition d'un entier naturel en produits de facteurs premiers

Fractions : comparaison, simplification, opérations.

PPMC et PGDC.

Déroulement de la leçon :

I. Quotient de deux décimaux relatifs :

1) Activité :

a) Écris les nombres suivants sous forme d'un décimal relatif comportant une virgule :

$\frac{3}{4}$; $-\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{9}$; $\frac{13}{7}$; $\frac{19}{3}$; $\frac{27}{4}$

b) Quels sont les nombres qui ne sont pas des décimaux relatifs?

Correction :

$\frac{3}{4} = 0{,}75$; $-\frac{1}{2} = -0{,}5$; $-\frac{1}{9} = -0{,}11111\ldots$ (imposible) ;

$\frac{13}{7} = 1{,}85714\ldots$ (impossible) ; $\frac{19}{3} = 6{,}33333\ldots$ (impossible) ; $\frac{27}{4} = 6{,}75$

Les nombres $-\frac{1}{9}$; $\frac{13}{7}$; $\frac{19}{3}$ ne sont pas des décimaux relatifs.

2) Définitions et notations :

- ✓ *Le quotient du nombre décimal relatif a par le nombre décimal relatif b non nul et le nombre x tel que $bx=a$ est noté $\frac{a}{b}$.*
- ✓ *Le relatif a est le numérateur et b est le dénominateur.*
- ✓ *Le quotient $\frac{a}{b}$ et le produit $b\times a$ ont le même signe*
- ✓ *Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire comme quotient de la forme $\boldsymbol{\frac{a}{b}}$ où a et b sont les deux entiers relatifs avec $b\neq 0$*
- ✓ *L'ensemble des nombres rationnels est noté $\mathbb{Q}$.*

Exemples :

$\frac{7}{3}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{30}{10}$; $\frac{3}{4}$ $-\frac{1}{9}$; $\frac{13}{7}$; $\frac{19}{3}$; $\frac{27}{4}$ sont des rationnels.

0,23 est un rationnel, car 0,23= $\frac{23}{100}$; 5 est un rationnel, car 5 = $\frac{5}{1}$.

Remarques :

- ➢ Tout entier naturel est un rationnel **:** $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$.
- ➢ Tout entier relatif est un rationnel : $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.
- ➢ Tout décimal relatif est un rationnel **:** $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$.
  D'où $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$.
- ➢ π n'est ni égale à 3,14, ni à $\frac{22}{7}$. En effet π n'est pas un rationnel, car on ne peut pas l'écrire sous la forme de $\frac{a}{b}$ avec $b\neq 0$.
- ➢ Quotients particuliers **:** $\boldsymbol{\frac{a}{1} = a}$; $\boldsymbol{\frac{0}{x} = 0}$; $\boldsymbol{\frac{x}{x} = 1}$ **(avec x≠0).**

3) Exercice d'application :

Les nombres suivants sont-ils des rationnels : 0,85 ; 12,8 ; 12 ; 0,1 ; -0,9 ; -7 ; 5,254.
Justifie les réponses.

II. Différentes écritures d'un nombre rationnel :

1) Activité :

a) Compare $\frac{5}{2}$ avec $\frac{10}{4}$ *et* $\frac{15}{6}$

b) Complète les égalités suivantes : $\frac{10}{4} = \frac{5\times\ldots}{2\times\ldots}$ $\frac{15}{6} = \frac{5\times\ldots}{2\times\ldots}$

2) Définitions :

Un nombre rationnel peut s'écrire sous plusieurs formes : écriture décimale, écriture fractionnaire ou écriture scientifique.

3) Multiplication des termes d'un rationnel par un rationnel non nul :

Un nombre rationnel ne change pas lorsqu'on multiplie son numérateur et son dénominateur par un même relatif non nul.

Autrement dit, $\frac{a}{b} = \frac{k\times a}{k\times b}$ *avec* a *un entier relatif et* b *et* k *deux entiers relatifs non nuls.*

Exemple :

$\frac{2}{5} = \frac{3\times2}{3\times5} = \frac{6}{15} = \frac{7\times2}{7\times5} = \frac{14}{35}$ ….

Conséquences :

$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$

$\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$;

Remarque :

On pourra donc toujours écrire un rationnel avec un dénominateur strictement positif.

4) Division des termes d'un rationnel par un relatif non nul :

Un nombre rationnel ne change pas lorsqu'on divise son numérateur et son dénominateur par un même relatif non nul.

On dit qu'on a ainsi simplifié le rationnel

Autrement dit, $\frac{a}{b} = \frac{a\div k}{b\div k}$ ***avec*** $a\in\mathbb{Z}$ ***;*** $b\in\mathbb{Z}^*$ ***et*** $k\in\mathbb{Z}^*$ ***a et b sont divisibles par k.***

Exemple :

$\frac{120}{45} = \frac{120\div5}{45\div5} = \frac{24}{9} = \frac{24\div3}{9\div3} = \frac{8}{3}$ est un rationnel irréductible.

5) Exercice d'application :

Simplifie chacune des fractions suivantes : $A = \frac{504}{492}$ et $B = -\frac{888}{777}$.

III. Operations dans $\mathbb{Q}$:

A. Addition-soustraction de rationnels :

1) Activité :

a) Donne l'écriture décimale de chacun des rationnels suivants : $\frac{-5}{4}$ *et de* $\frac{3}{4}$

b) Recopie et complète :

$\frac{-5}{4} + \frac{3}{4} = -1{,}25 + \cdots = - \cdots = \frac{\cdots}{4} = \frac{\dots+3}{4}$

$\frac{-5}{4} + \frac{3}{4} = -1{,}25 - \cdots = \frac{\dots}{4}$

$\frac{-5}{4} + \frac{3}{4} = -1{,}25 + \cdots = - \cdots = \frac{\cdots}{4} = \frac{\dots+3}{4}$

2) Règles :

- Pour additionner(ou soustraire) deux nombres rationnels ayant le même dénominateur, on additionne ou soustrait les numérateurs et on garde le dénominateur.

Autrement dit :

$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ ***et*** $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$ *avec* a, b *et* c *sont des entiers avec* $b \neq 0$.

Exemple :

$\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$; $\frac{9}{10} - \frac{16}{10} = -\frac{7}{10}$

- Pour additionner(ou soustraire) deux rationnels n'ayant pas le même dénominateur, on commence à les réduire au même dénominateur, puis on applique la règle précédente.

Autrement dit : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ *et* $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$, a, b, c *et* d *sont des entiers avec* $b \neq 0$ *et* $d \neq 0$.

Exemples :
Pour additionner(ou soustraire) deux rationnels n'ayant pas le même dénominateur :
- ✓ On peut simplifier une des fractions :

$-\frac{6}{15}-\frac{12}{45}=-\frac{6}{15}-\frac{4}{15}=-\frac{10}{45}=-\frac{2}{3}$.
- ✓ L'un des dénominateurs est un multiple de l'autre :

$\frac{7}{5}+\frac{11}{10}=\frac{7\times2}{5\times2}+\frac{11}{10}=\frac{14}{10}+\frac{11}{10}=\frac{25}{10}=\frac{5}{2}$.
- ✓ L'un des termes de l'opération est un entier :

$3-\frac{1}{5}=\frac{3\times5}{1\times5}-\frac{1}{5}=\frac{15-1}{5}=\frac{14}{5}$.
- ✓ Le pgdc des dénominateurs est 1 :

$\frac{5}{8}+\frac{3}{11}=\frac{5\times11}{8\times11}+\frac{3\times8}{11\times8}=\frac{55+24}{88}=\frac{79}{88}$.
- ✓ Le pgdc des dénominateurs est différent de 1 :

$\frac{7}{15}-\frac{2}{21}=\frac{7\times7}{15\times7}-\frac{2\times5}{21\times5}=\frac{49-10}{105}=\frac{39}{105}$.
- ✓ L'un des termes de l'opération est un décimal :

$2{,}3+\frac{5}{8}=\frac{23}{10}+\frac{5}{8}=\frac{23\times4}{10\times4}+\frac{5\times5}{8\times5}=\frac{92+25}{40}=\frac{117}{40}$.

3) Méthode pour déterminer une somme algébrique de rationnels :

Pour déterminer une somme algébrique de rationnels, on peut utiliser la méthode suivante :
- ✓ On simplifie si possible les rationnels donnés,
- ✓ On réduit au même dénominateur les rationnels obtenus après simplification,
- ✓ On effectue les sommes algébriques des numérateurs en conservant le dénominateur,
- ✓ On simplifie si possible le résultat à la fin pour obtenir la forme irréductible.

Exemple :
S= $\frac{100}{250}+\frac{3}{5}+\frac{40}{100}-2$; S= $\frac{10}{25}+\frac{3}{5}+\frac{4}{10}-2$; S = $\frac{-3}{5}$

4) Exercice d'application :

Calcule les sommes suivantes :

$A=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$; $B=\frac{2}{5}-\frac{3}{35}+\frac{4}{7}$; $C=\frac{5}{2}+\frac{13}{5}-\frac{10}{7}$

B. Multiplication et Division de rationnels:

1) Produit de deux rationnels :

*Si **a, b, c** et **d** sont des entiers avec **b ≠ 0** et **d ≠ 0**, alors* $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$.

Exemples :

$\frac{2}{5}\times\frac{4}{9}=\frac{2\times4}{5\times9}=\frac{8}{45}$; $\frac{-5}{12}\times11=\frac{-5\times11}{12}=\frac{-55}{12}$

$\frac{10}{33}\times\frac{15}{14}\times\frac{21}{20}=\frac{2\times5\times3\times5\times3\times7}{11\times3\times2\times7\times5\times4}=\frac{5\times3}{11\times4}=\frac{15}{44}$

2) Inverse et opposé d'un nombre rationnel

a) Définitions :

- *Deux nombres **x** et **y** non nuls sont inverses lorsque **x×y = 1.***

*On dit que **x** est l'inverse de **y** ou **y** est l'inverse de **x**.*

- *Deux nombres **a** et **b** sont opposés lorsque **a+b =0***

*On dit que **a** est opposé à **b** ou **b** est opposé à **a**.*

b) Propriété :

Soient a et b deux entiers relatifs non nuls.

On a : $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=1$ *et* $a\times\frac{1}{a}=1$.

Donc l'inverse de $\frac{a}{b}$ *est* $\frac{b}{a}$ *et l'inverse de* a *est* $\frac{1}{a}$.

Exemples :

- ✓ L'inverse de $\frac{17}{9}$ est $\frac{9}{17}$
- ✓ L'inverse de $\frac{1}{5}$ est 5
- ✓ L'inverse de 86 est $\frac{1}{86}$.
- ✓ L'opposé de 7 est -7
- ✓ L'opposé de $-\frac{3}{2}$ *est* $\frac{3}{2}$
- ✓ L'opposé de 0 est 0.

NB :

0 n'a pas d'inverse.

3) Quotient d'un rationnel par un nombre rationnel non nul :

Pour diviser un nombre rationnel x par un rationnel non nul $\frac{a}{b}$, on multiplie x par l'inverse de $\frac{a}{b}$, c'est-à-dire $\frac{b}{a}$.

Autrement dit : $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$; *a, b, c et d sont des entiers avec b ≠ 0 ; c ≠ 0 et d≠ 0.*

Exemples :

$$\frac{\frac{7}{2}}{\frac{-5}{11}}=\frac{7}{2}\times\frac{11}{-5}=\frac{-77}{10}\ ;\qquad \frac{\frac{8}{5}}{13}=\frac{8}{5}\times\frac{1}{13}=\frac{8}{65}\ ;\qquad \frac{-41}{\frac{-2}{3}}=-41\times\frac{3}{-2}=\frac{-123}{-2}=\frac{123}{2}$$

4) Puissance d'un nombre rationnel :

a) Définition :

Soit $\frac{a}{b}$ *un rationnel et* n *et* b *différents de* 0. *Le rationnel noté* $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ *est le produit de* n *facteurs tous égaux à* $\frac{a}{b}$.

Conséquence :

$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\ldots\times\frac{a}{b}$ n facteurs égaux $\frac{a}{b}$.

Remarques:

$\left(\frac{a}{b}\right)^0=1$; $\left(\frac{a}{b}\right)^1=\frac{a}{b}$.

Exemple:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{2^4}{3^4}=\frac{16}{81}$$

b) Propriétés :

Soient a, b, c et d sont nombres entiers relatifs non nuls et m et n deux entiers relatifs.

On a :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n\times\left(\frac{a}{b}\right)^m=\left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}\ ;\qquad \left[\left(\frac{a}{b}\right)^n\right]^m=\left(\frac{a}{b}\right)^{n\times m}\ ;\qquad \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^n}{\left(\frac{a}{b}\right)^m}=\left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}\ ;\qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n\times\left(\frac{c}{d}\right)^n=\left(\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}\right)^n$$

Exemples:

Ecrire les produits sous la forme d'une seule puissance.

$\left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \left(\frac{2}{5}\right)^6$; $\left(\left(\frac{4}{3}\right)^2\right)^4 = \left(\frac{4}{3}\right)^8$; $\left(\frac{5}{3}\right)^6 \times \left(\frac{4}{7}\right)^6 = \left(\frac{20}{21}\right)^6$; $\frac{\left(\frac{6}{11}\right)^3}{\left(\frac{6}{11}\right)^5} = \left(\frac{6}{11}\right)^{-2}$

c) **Les puissances de 10**

i) **Propriétés :**

$10^{-n} = \frac{1}{10^n}$; $\frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$

ii) **Ecriture décimale d'une puissance de 10 :**

$10^0 = 1$
$10^1 = 10$
$10^2 = 100$
$10^3 = 1000$
$10^4 = 10000$

$10^{-1} = 0{,}1$
$10^{-2} = 0{,}01$
$10^{-3} = 0{,}001$
$10^{-4} = 0{,}0001$

d) **Ecriture scientifique d'un nombre décimal relatif :**

L'écriture scientifique d'un nombre décimal relatif positif est de la forme $a \times 10^p$ où $1 \le a < 10$ et p un entier relatif ; c'est-à-dire une écriture qui ne comporte qu'un seul chiffre non nul avant la virgule.
Si le nombre est négatif on trouve l'écriture scientifique de son opposé, puis on déduit le nombre.

Exemples:

$2136{,}9 = 2{,}1369 \times 10^3$;
$0{,}00045 = 4{,}5 \times 10^{-4}$
$456 = 4{,}56 \times 10^2$
$-596{,}9 = -5{,}969 \times 10^2$

IV. Comparaison de rationnels

A. Valeur absolue d'un nombre rationnel :

1) **Activité :**

a) Construis un axe (D) d'origine O et nomme I le point de (D) d'abscisse 1.
b) Place sur (D) les points A, B, C, D et E d'abscisses respectives : $\frac{7}{4}$; $\frac{-12}{5}$; $\frac{-7}{4}$; -3; $\frac{12}{5}$
c) Détermine les distances OI, OA, OB, OC et OE.
d) Compare les distances OA et OC d'une part et d'autre part OB et OE.

2) **Définition :**

On appelle valeur absolue d'un nombre rationnel x, le nombre positif ou nul noté $|x|$ défini par

$$|x| = \begin{cases} x; & si\ x \ge 0 \\ -x; & si\ x < 0 \end{cases}$$

Exemples :

$\left|\frac{5}{9}\right| = \frac{5}{9}$; $\left|-\frac{8}{7}\right| = \frac{8}{7}$; $\left|\frac{-6}{-13}\right| = \frac{6}{13}$; $|0| = 0$.

3) **Propriétés :**

a et b sont des nombres rationnels, on a:

- ✓ **Si $a = 0$, alors $|a| = 0$**
- ✓ **Si $|a| = 0$, alors $a = 0$**
- ✓ $|a| = b$ (avec $b > 0$) équivaut à $a = b$ ou $a = -b$
- ✓ ***Lorsque deux nombres ont la même la valeur absolue, alors ces nombres sont égaux ou opposés.***

Autrement dit : si $|a| = |b|$, alors $a = b$ ou $a = -b$

4) Exercice d'application :

Ecris les expressions suivantes sans le symbole de la valeur absolue.

$A=\left|4-\frac{9}{7}\right|$; $B=\left|1-\frac{1}{4}:7\right|$; $C=\left|\frac{3}{4}-\frac{4}{3}\right|$; $D=\left|\frac{2}{3}-\frac{1}{2}:3\right|$.

B. Comparaison de deux nombres rationnels:

1) Condition d'égalité de deux rationnels :

a, b, c, et d sont des entiers relatifs ; b et d étant non nuls :

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $a \times d = b \times c$ et réciproquement si $a \times d = b \times c$, alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Exemples :

En utilisant la règle précédente, dire laquelle des égalités est vraie :

$\frac{42}{28} = \frac{12}{6}$; $\frac{7}{8} = \frac{21}{26}$; $\frac{84}{21} = \frac{144}{36}$

2) Egalité et opérations :

- ✓ Une égalité ne change pas lorsqu'on ajoute ou on soustrait un même nombre aux deux membres de cette égalité.

*Autrement dit, si **a = b,** alors **a + c = b + c** et **a – c = b - c***

- ✓ Une égalité ne change pas lorsqu'on multiplie ou on divise un même nombre non nul aux deux membres de cette égalité.

*Autrement dit, si **a = b,** alors **$a \times c = b \times c$ et $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.***

3) Inégalité de deux rationnels :

Soient a et b deux rationnels :

- ✓ *Si **a < b,** alors **a – b < 0***
- ✓ *Si **a>b,** alors **a−b>0.***

Exemples :

Comparons $\frac{7}{6}$ *et* $\frac{12}{11}$; $-\frac{4}{9}$ *et* $\frac{-1}{6}$

$\frac{7}{6}-\frac{12}{11}=\frac{77-72}{66}=\frac{5}{66}>0$ *donc* $\frac{7}{6}>\frac{12}{11}$

$-\frac{4}{9}-\frac{-1}{6}=-\frac{4}{9}+\frac{1}{6}=\frac{-8+3}{18}=\frac{-5}{18}<0$ *donc* $-\frac{4}{9}<\frac{-1}{6}$

4) Inégalité et opérations :

- ✓ Lorsqu'on ajoute ou on soustrait un même nombre aux deux membres d'une inégalité, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.

*Autrement dit, si **a < b,** alors **a + c < b + c** et **a – c < b – c***

*Si **a>b,** alors **a+c> b+c** et **a – c > b – c.***

Exemple :

Soit à comparer $x = \frac{-3}{4} + \frac{11}{5}$ *et* $y = \frac{8}{5} + \frac{-3}{4}$

$\frac{11}{5} > \frac{8}{5}$, *donc* $\frac{-3}{5} + \frac{11}{5} > \frac{8}{5} + \frac{-3}{4}$

- ✓ Lorsqu'on multiplie ou on divise les deux membres d'une inégalité par un nombre positif non nul, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.

*Autrement dit, si **a < b et c > 0,** alors **a×c < b×c** et $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$*

*si **a > b et c > 0,** alors **a×c > b×c** et $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.*

Exemple :

$\frac{8}{5} < \frac{11}{5}$, donc $\frac{8\times3}{5} < \frac{11\times3}{5}$ c'est-à-dire $\frac{24}{5} < \frac{33}{5}$

- ✓ Lorsqu'on multiplie ou on divise les deux membres d'une inégalité par un nombre négatif non nul, on obtient une nouvelle inégalité de sens contraire.

Autrement dit, si ***a < b et c < 0 alors a×c > b×c et*** $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

Si ***a > b et c < 0 alors a×c < b×c et*** $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$**.**

Exemple :

$$\frac{25}{7} > \frac{13}{7}, donc\ \frac{25}{7} \div \frac{-4}{3} < \frac{13}{7} \div \frac{-4}{3}\ c'est-à-dire\ \frac{-75}{28} < \frac{-39}{28}$$

C. Approximation décimale d'un rationnel :

Exemples :

$\frac{7}{8} = 0{,}875$ 0,875 est une valeur exacte de $\frac{7}{8}$

On ne peut pas trouver de valeur exacte avec une virgule pour le nombre $\frac{22}{7}$, mais on peut l'encadrer par des valeurs de plus en plus précises. Par exemples :

- $3 < \frac{22}{7} < 4$ est un encadrement à **une unité près.**

3 est une valeur approchée par **défaut** à une unité près.
4 est une valeur approchée par **excès** à une unité près.

- $3{,}1 < \frac{22}{7} < 3{,}2$ est un encadrement au dixième près (10^{-1} *près*) ou d'ordre 1.

3,1 est une valeur approchée par défaut au dixième près.
3,2 est une valeur approchée par excès au dixième près.

- $3{,}14 < \frac{22}{7} < 3{,}15$ est un encadrement au centième près (10^{-2} *près*) ou d'ordre 2.

3,14 est une valeur approchée par défaut au centième près (10^{-2} *près*) ou d'ordre 2.

3,15 est une valeur approchée par excès au centième près (10^{-2} *près*) ou d'ordre 2.

CHAPITRE 2: CALCUL ALGEBRIQUE

Durée : **12 heures**

Objectifs de la leçon :

A la fin de la leçon, l'élève doit être capable de :

- Développer et réduire une expression littérale.
- Connaître et utiliser les égalités usuelles pour développer et réduire une expression littérale.
- Connaître et utiliser la distributivité pour factoriser une expression littérale.
- Connaître et utiliser les égalités usuelles pour factoriser une expression littérale.
- Calculer une valeur numérique d'une expression littérale.
- Choisir une forme factorisée ou une forme développée d'une expression littérale pour les calculs.

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, *Histoire des mathématiques*, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973.

Programme de maths Octobre 2006, Guides pédagogiques 4ème, Guide d'usage 4ème, CIAM 4ème, Collection Excellence 4ème, Documents stagiaires, Maths 4ème Nathan, Maths 4ème Hatier Triangle, Maths 4ème Pythagore, Internet.

Matériel et supports didactiques :

-Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.

-Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons, une calculatrice.

Plan du cours : **(Voir le cours)**

Pré-requis:

Calcul dans *D*: Puissances, distributivité, priorités opératoires.

Nombres décimaux relatifs : Puissances, simplification de sommes algébriques.

Nombres rationnels

Déroulement de la leçon :

I. Expression littérale :

1) Activité :

Calcule chacune des expressions suivantes :

E=2a+7a ; F=6a − 4a; G=5a − 8b+3a ; H=xy− 2y+ 4y− 5x; J= $3x^2$ + 5xy − 35xy −x^2+4

2) Définition :

Une expression littérale est une expression qui contient une ou plusieurs lettres.

Exemples :

G=5a − 8b+3a est une expression littérale qui contient les lettres a et b

H=xy− 2y+ 4y− 5x; est une expression littérale qui contient les lettres x et y

J= $3x^2$ + 5xy − 35xy −x^2+4 est une expression littérale qui contient les lettres x et y.

3) Méthode de réduction d'expressions littérales :

Réduire une expression littérale, revient à faire la somme de ses termes semblables.

Exemples :

$2a+5a=(2+5)a=7a$; $x-3x+7x=(1-3+7)x=5x$

Remarques :

- ✓ On ne peut pas réduire $2x+5$, ni x^2+5, ni x^2+5x, ni x+y à un seul terme ;
- ✓ Pour réduire l'expression $A=12x-8x+9x$, on calcule la somme $12-8+9=13$ et on écrit $A=13x$.
- ✓ Ne pas confondre $2x+5x=7x$ avec $2x\times5x=10x^2$.

4) Exercice d'application :

Réduis les expressions littérales suivantes :

A=$3x^2$ − 2x + 5−x^2 − 4x− 9

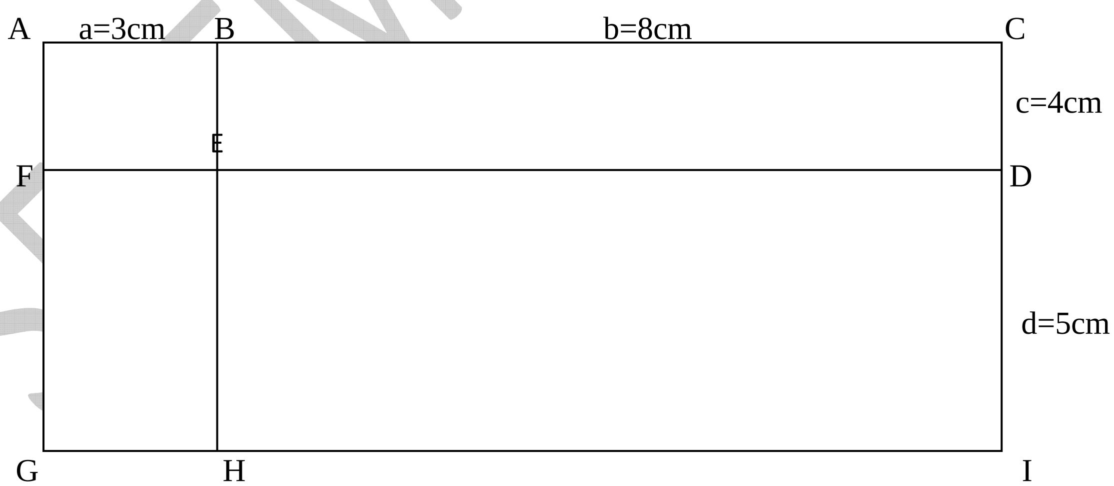
B= a^2 + b − 3a−$2a^2$+5b+ b^2.

II. Développement d'une expression littérale :

A. Distributivité de la multiplication par à l'addition et à la soustraction :

1) Activité :

ACIG est un rectangle divisé en quatre parties dont les dimensions sont indiquées ci-dessous :



a) Calcule l'aire de chacun des rectangles ABEF, BCDE, DEHI et EFGH.

b) Compare l'aire du rectangle ACIG à la somme des aires des rectangles ABEF, BCDE, DEHI et EFGH.

c) Exprime ce résultat avec les lettres a, b, c et d.

2) **Suppression de parenthèses :**

✓ **On peut supprimer une parenthèse précédée du signe + :**

Exemples :

$A=3+(6-x)$ $\quad B=5+(-6x-4)$

$A=3+6-x$; $\quad B=5-6x-4$

$A=9-x$ $\quad B=1-6x$

✓ **On peut supprimer une parenthèse précédée du signe − :**

Exemples :

$C=6-(x-2)$ $\quad D=6-(x+2)$ $\quad E=6-(-x-2)$

$C=6-x+2$; $\quad D=6-x-2$; $\quad E=6+x+2$

$C=8-x$ $\quad D=4-x$ $\quad E=8+x$

3) **Développer, réduire et ordonner:**

✓ **Développer** une expression littérale, c'est transformé chaque facteur en une somme de termes. Autrement dit, ***a, b, c, d*** et ***k*** étant des nombres rationnels, on a :

$k(a+b)=ka+kb$: k et $(a+b)$ sont les facteurs ; ka et kb sont les termes

$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$:

$(a+b)$ et $(c+d)$ sont les facteurs ; ac, ad, bc, et bd sont les termes.

✓ **Réduire** une expression littérale, revient à regrouper les termes semblables.

Exemple :

$F = 3y^2 + 5y^3 - 7y^2 + 14y$

$F = 3y^2 - 7y^2 + 5y^3 + 14y$

$F = -4y^2 + 5y^3 + 14y.$

✓ **Ordonner** une expression littérale, revient à ranger les termes suivant les puissances décroissantes.

Exemples :

$G = -4y^2 + 5y^3 + 14y$

$G = 5y^3 + -4y^2 + 14y$

Attention : ne pas oublier les parenthèses !

$H=(2x-1)(x+3) - (x-4)(x-2)$

$H=2x^2+6x-x-3-(x^2-2x-4x+8)$

$H=2x^2+5x-3-(x^2-6x+8)$

$H=2x^2+5x-3-x^2+6x-8$

$H=x^2+11x-11$

4) **Exercice d'application :**

Développe, réduis et ordonne les expressions suivantes :

B=5(2x+3)

C= $(x+2)(2x+4)$

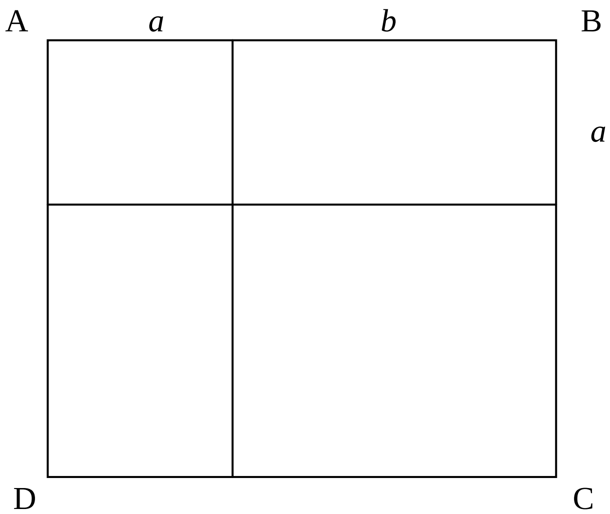
D= $(x+5)(x-3)$

E= $(3x-4)(2x-1)$

B. Développement à l'aide des égalités usuelles :

1) Activité :

Un champ carré a un côté de longueur *(a+b)* mètres :



a) En utilisant le dessin, exprime son aire de deux façons différentes.
b) Déduis-en le développement de $(a+b)^2$.
c) En remarquant que : $(a\ -b)^2 = (a+(-b))^2$, développe $(a-b)^2$.
d) Développe et réduis $(a-b)(a+b)$

2) Egalités usuelles :

a *et* ***b*** *étant deux nombres rationnels, on a :*

- ✓ $\boldsymbol{(a+b)^2 = (a)^2 + 2ab + (b)^2}$
- ✓ $\boldsymbol{(a-b)^2 = (a)^2 - 2ab + (b)^2}$
- ✓ $\boldsymbol{(a-b)(a+b) = (a)^2 - (b)^2}$

Ces résultats sont aussi appelés identités remarquables ou identités usuelles ou égalités remarquables ou égalités usuelles.

3) Méthode pour développer à l'aide des égalités remarquables :

Pour utiliser une des égalités lorsqu'on veut développer une expression, il faut :
1-reconnaitre l'égalité usuelle,
2-identifier a et b dans l'expression proposée,
3-écrire le développement de l'expression proposée et effectuer les produits.

Remarque :
On peut combiner les deux méthodes précédentes pour développer.

Exemple :
$I = (3x-2)^2 - (x+3)(x+5)$

4) Exercice d'application :

Développe, réduis et ordonne les expressions suivantes :
$\mathrm{A} = (\mathrm{x}+3)^2$
$\mathrm{B} = (4-3\mathrm{x})^2$
$\mathrm{C} = (2\mathrm{x}-3)(2\mathrm{x}+3)$
$\mathrm{D} = (2\mathrm{x}-3)^2 + (\mathrm{x}+5)(3-\mathrm{x})$
$\mathrm{E} = (\mathrm{x}+3)(\mathrm{x}-3) - \left((-2)-5\mathrm{x}\right)^2$

Remarques :
Les égalités usuelles pourront être utilisées dans le calcul mental ;
Exemples :
Sans utiliser une calculatrice, ni poser les opérations, effectue :
- ✓ $31^2 = (30+1)^2 = 30^2 + 60 + 1 = 900 + 60 + 1 = 961$
- ✓ $29^2 = (30-1)^2 = 30^2 - 60 + 1 = 900 - 60 + 1 = 641$
- ✓ $41 \times 39 = (40+1)(40-1) = 40^2 - 1^2 = 1600 - 1 = 1599$
- ✓ $61^2 = (60+1)^2 = 3600 + 120 + 1 = 3721$
- ✓ $59^2 = (60-1)^2 = 360 - 120 + 1 = 341$
- ✓ $69 \times 71 = (70+1)(70-1) = 70^2 - 1^2 = 4900 - 1 = 4899$

III. Factorisation d'expressions littérales :

1) Activité :
On donne les expressions suivantes : A=$5x+5y$ *et* $B= 4(x+1)+(x+1)(3x-1)$.
Pour chacune d'elles :
a) Donne ses termes,
b) Dans chaque terme, précise les facteurs et indique le facteur qui leur est commun,
c) Complète :
A=$5x+5y=5(\ldots+\ldots)$
B= $4(x+1)+(x+1)(3x-1)=(x+1)[\ldots+(\ldots)]$
d) Réduis dans cette dernière expression le terme entre les crochets et donne le résultat final de B.

2) Définition :
Factoriser une expression littérale, c'est l'écrire sous la forme d'un produit de facteurs.

3) Méthode :
a) Mise en évidence d'un facteur commun :
Deux cas peuvent se présenter :
- ✓ **Le facteur commun est apparent :** dans ce cas on utilise alors directement la distributivité de la multiplication par à l'addition et à la soustraction pour factoriser l'expression.

Exemples :
Soit à factoriser les expressions suivantes :
$C=5x+5y$; $D=4x+7xy$; $E=(x+5)(2x-7)-4(x+5)$
- ✓ **Le facteur commun peut ne pas être apparent: il peut être "caché" dans les termes:** dans ce cas, on fait apparaitre le facteur commun en décomposant les termes.

Exemples :
Soit à factoriser les expressions suivantes :
$F=6x+10y$; $G=(2x+4)(x-1)+(3x+6)$

b) Utilisation des égalités usuelles :
Pour factoriser une expression à l'aide des égalités usuelles, on procède comme suite :
1-identifie que l'expression a la forme développée d'une égalité usuelle,
2-identifie les termes de l'expression à ceux des membres de l'égalité usuelle,
3-déduis-en *a* et *b*,
4-donne alors la forme factorisée de l'égalité usuelle avec les membres *a* et *b*.

Exemples :
Soit à factoriser les expressions suivantes :
$H=x^2+10x+25$; $I=4x^2-12x+9$; $J=16x^2-81$

c) Combinaison des deux méthodes précédentes :
Dans certains cas, on peut être amené à associer les deux méthodes précédentes pour trouver un facteur commun et ensuite factoriser l'expression proposée.

Exemples :
Soit à factoriser les expressions suivantes :
$K=(9x^2-25)-(6x+10)$; $L=(x+1)(2x-1)-(4x+4)+(x^2-1)$.

IV. Calcul de la valeur numérique d'une expression littérale connaissant la valeur de chaque lettre :

1) Activité :
On donne l'expression suivante : x^2+y-2z

a) Remplace x par 3, y par 4 et z par $\frac{3}{2}$.
b) Effectue les calculs.

2) Méthode :
Pour calculer la valeur numérique d'une expression littérale, on remplace chaque lettre par sa valeur, puis on effectue les calculs.

Exemple :
Soit $M=5x+3$, calcule M pour $x=2$ et pour $x=-4$.

3) Exercice d'application :
On donne $N=3x$; $O=x^2-3x-5$; $P=-x^2+4x-4$.
Calcule N, O, P pour $x=-2$.

Remarque:
Pour une même expression, on peut utiliser soit la forme factorisée, soit la forme développée. Le résultat obtenu sera le même.

Exemple :
Soit $Q=4x^2-12x+9$

a) Calcule Q pour $x=-1$ en utilisant la forme développée.
b) Calcule Q pour $x=-1$ en utilisant la forme factorisée.

CHAPITRE 3: EQUATIONS A UNE INCONNUE

Durée : 6 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de la leçon, l'élève doit être capable de :

- Mettre en équation une situation simple
- Vérifier qu'un nombre rationnel est solution d'une équation
- Utiliser l'inverse pour résoudre dans **Q** des équations du type ax + b = 0.
- Résoudre dans **Q** des équations à une inconnue du type : (ax + b)(cx + d) = 0 ;
- Résoudre dans **Q** des équations à une inconnue du type : $\frac{a}{x} = b$; $\frac{a}{x} = \frac{b}{c}$ avec $c \neq 0$, $x \neq 0$.

avec $c \neq 0$, $x \neq 0$.

- Résoudre des problèmes utilisant ces équations.

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, *Histoire des mathématiques*, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973.

Programme de maths Octobre 2006, Guides pédagogiques 4ème, Guide d'usage 4ème, CIAM 4ème , Collection Excellence 4ème , Documents stagiaires, Maths 4ème Nathan, Maths 4ème Hatier Triangle, Maths 4ème Pythagore, Internet.

Matériel et supports didactiques :

-Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.

-Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons, une calculatrice.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Equations dans *D* du type : $x+a=b$; $ax=b$.

Egalité et opérations.

Nombres rationnels et opérations sur les nombres rationnels.

Développements et factorisations.

Déroulement du cours :

I. Mettre en équations une situation simple :

1) Activité :

Khadija achète une gomme et un crayon noir à 360 F. La gomme coûte deux fois plus que le crayon noir.

- **a)** En désignant *x* le prix d'un crayon noir, écrit le prix de la gomme en fonction de *x*.
- **b)** Ecrit la somme dépensée en fonction de *x*.

2) Définition :

On appelle équation, toute égalité dont les membres contiennent au moins une inconnue. L'inconnue est désignée généralement par la lettre x ou y ou z... Elle peut être aussi désignée par d'autres lettres alphabétiques.

Exemples :

$x + 3 = 0$; $8x - 3 = 5x + 3$; $\frac{2x+5}{2} = \frac{5-3x}{3}$; $2a - 5 = 0$; $y + 11 = \frac{3}{7}$ sont des équations dont les inconnues sont x, a et y.

II. Résolution d'équations :

A. Définition :

Résoudre une équation dans $\mathbb{Q}$, revient à déterminer l'ensemble des nombres rationnels qui vérifient l'égalité. Cet ensemble est appelé l'ensemble des solutions de l'équation. On le note ***S***.

Exemples :

Soit à résoudre dans Q l'équation suivante :

$x + 3 = 7 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow S = \{4\}$

B. Equations se ramenant à la forme $ax + b = 0$ avec $a \neq 0$

1) Activité :

La somme de 3 nombres entiers consécutifs est égale à 96. Quels sont ces 3 entiers ?

Correction :

1. Choix de l'inconnu

Soit x le premier nombre, (x+1) le deuxième nombre et ((x+1)+1)=(x+2) le troisième nombre

2. Mise en équation

$x + (x + 1) + (x + 2) = 96$

3. Résolution

$x + (x + 1) + (x + 2) = 96 \Leftrightarrow 3x + 3 = 96 \Leftrightarrow x = \frac{93}{3} \Leftrightarrow x = 31$

Le premier nombre est x= 31, le deuxième nombre est $x + 1 = 31 + 1 = 32$

et le troisième nombre est $x + 2 = 31 + 2 = 33$

4. Vérification

$31 + 32 + 33 = 96$

2) Méthode :

Pour résoudre une équation du type ***ax+b=0***, on procède comme suite :

1-On ajoute chaque membre de l'égalité l'opposé de ***b***.

2-On multiplie chaque membre de la nouvelle équation par l'inverse de ***a***.

3-On vérifie, puis on donne la solution de l'équation.

Autrement dit: $\boldsymbol{ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = \frac{-b}{a} \Rightarrow S = \left\{\frac{-b}{a}\right\}}$

Exemples :

2x+3=0 ; 3x−6=0

3) **Exercice d'application :**

a) Résous dans Q les équations suivantes :

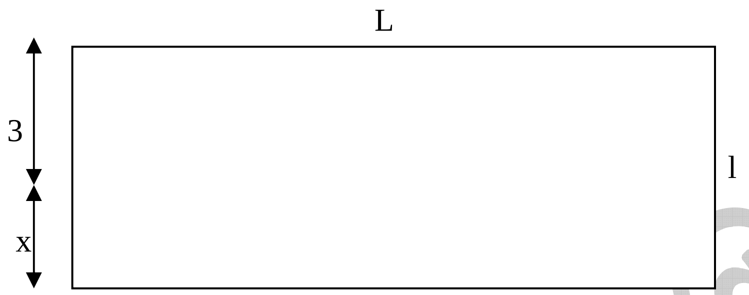
$4x + 12 = 127$; $2x - 4 = 0$; $5x + 3 = 2$; $-7x - 1 = -3$; $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$; $3x - 5 = 0$

b) Dans une classe de quatrième, $\frac{1}{4}$ des élèves écrit, $\frac{1}{4}$ dessine, $\frac{1}{6}$ calcule, $\frac{1}{10}$ bavarde et les 7 restants sont absents. Calcule l'effectif total de cette classe.

C. Equation de la forme : $(ax + b)(cx + d) = 0$, avec $a \neq 0$ et $c \neq 0$

1) **Activité :**

Le dessin ci-dessous représente un terrain rectangulaire dont la longueur L est le double de la largeur l.



a) Exprime l et L en fonction de x.
b) Exprime l'aire de ce terrain en fonction de x.
c) L'aire de ce terrain est $50cm^2$. Traduis cette phrase par une équation en utilisant l'expression de l'aire trouvée à la question b).
d) Trouve la valeur de x, ainsi que les dimensions de ce terrain.

2) **Propriété**

Un produit de facteur est nul si au moins l'un des facteurs est nul.
Autrement dit si : $(ax + b)(cx + d) = 0 \Leftrightarrow ax + b = 0$ **ou** $cx + d = 0.$
Les deux équations sont résolues séparément.

Exemples :

Soit à résoudre dans Q les équations suivantes :
$(5x + 1)(3 - x) = 0$; $x^2 - 25 = 0$

3) **Exercice d'application :**

Résous dans Q les équations suivantes :
$(3x - 7)(x + 5) = 0$; $(2x + 3)(4x + 1) = 0$; $4x^2 - 81 = 0$; $(x - 5)(2x - 3) = (x - 5)(4x - 1)$

D. Equation du type : $\frac{a}{x} = b$; $\frac{a}{x} = \frac{b}{c}$ avec $c \neq 0$ et $x \neq 0$

1) **Activité :**

Fatima a distribué à part égale 36 cahiers aux enfants de Salimata.
En désignant x le nombre d'enfants de Salimata :

a) Ecris l'opération utilisée pour faire cette distribution.
b) Sachant que chaque enfant a reçu exactement 9 cahiers, traduis l'opération précédente par une égalité.
c) Déduis-en le nombre d'enfants de Salimata.

2) **Méthode de résolution :**

Pour résoudre une équation du type $\frac{a}{x} = b$; $\frac{a}{x} = \frac{b}{c}$ **avec** $c \neq 0$ **et** $x \neq 0$, il faut :

- ✓ Utiliser la condition d'égalité de deux nombres rationnels ($\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ **équivaut à** $ad = bc$) pour obtenir la forme ***bx=ac,***
- ✓ Utiliser l'inverse de b pour résoudre l'équation ainsi obtenue.

Exemples :

$\frac{12}{x} = 6$; $\frac{4}{x} = \frac{2}{3}$

3) **Exercice d'application :**

Résous dans $\mathbb{Q}$ les équations suivantes : $\frac{2}{x} = 3$; $\frac{5}{x} = 1$; $\frac{7}{x} = \frac{4}{5}$; $\frac{3}{x} = \frac{1}{7}$

CHAPITRE 4: INEQUATIONS ET SYSTEMES DE DEUX INEQUATIONS A UNE INCONNUE

Durée : 6 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de la leçon, l'élève doit être capable de :

- Mettre en système d'inéquations une situation simple.
- Vérifier qu'un nombre rationnel est solution d'un système d'inéquations à une inconnue
- Résoudre dans **Q** les systèmes d'inéquations à une inconnue mentionnés dans les contenus.
- Résoudre dans **Q** des problèmes dont la résolution fait appel à des systèmes de deux inéquations à une inconnue des types mentionnés dans les contenus.
- Connaître les notations d'intervalles: $[a\ ;\ b]$; $]\ a\ ;\ b\ [$; $]a\ ;\ b]$; $[\ a\ ;\ b\ [$
- Donner les solutions d'un système de deux inéquations à une inconnue sous forme d'intervalle(s) ou sous forme de phrase.
- Représenter graphiquement les solutions d'un système de deux inéquations à une inconnue.
- Interpréter graphiquement les solutions d'un système de deux inéquations à une inconnue.

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, *Histoire des mathématiques*, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973.

Programme de maths Octobre 2006, Guides pédagogiques 4ème, Guide d'usage 4ème, CIAM 4ème , Collection Excellence 4ème , Documents stagiaires, Maths 4ème Nathan, Maths 4ème Hatier Triangle, Maths 4ème Pythagore, Internet.

Matériel et supports didactiques :

-Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.

-Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons, une calculatrice.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Nombres rationnels et opérations sur les nombres rationnels.

Inéquations dans *D* et droite graduée.

Déroulement de la leçon :

I. Inéquations à une inconnue de la forme : $ax+b\leq 0$

1) Activité :

Sachant que x est un nombre décimal relatif tel que : $x+4\leq 0$:

a) Recopie et complète : $x+3\leq\ldots$; $x+2\leq\ldots$; $x+1\leq\ldots$; $x\leq\cdots$

b) Sur une droite graduée, colore en rouge les points dont l'abscisse x vérifie: $x+4\leq 0$.

2) Définition :

On appelle inéquation toute inégalité dont les membres contiennent au moins une inconnue.

Exemple :

$x+4\leq 0$; $2x-1>0\ldots$ sont des inéquations.

3) Méthode :

Pour résoudre dans Q une inéquation pouvant se ramener à la forme ***ax+b≤0***, on peut :

- ✓ Transposer le deuxième membre dans le premier membre,
- ✓ Réduire le premier membre pour obtenir la forme ***ax+b≤0,***
- ✓ Transposer le terme constant ***b***,
- ✓ Si ***a*** est non nul, multiplie les deux membres par l'inverse de ***a***,
- ✓ Donner les solutions sous forme de phrase ou d'intervalles,
- ✓ Représenter graphiquement sur un axe les solutions trouvées(***la partie non hachurée de la droite représente l'ensemble des solutions).***

4) Représentation graphique intervalles:

- ✓ $x\geq a \Leftrightarrow x\in[a\,;+\infty[\;\Rightarrow$ $-\infty$ / / / / / / [a ———————— $+\infty$
- ✓ $x\leq a \Leftrightarrow x\in]-\infty\,;a]\;\Rightarrow$ $-\infty$ ———————— a] / / / / / / $+\infty$
- ✓ $x> a \Leftrightarrow x\in]a\,;+\infty[\;\Rightarrow$ $-\infty$ / / / / / / a[———————— $+\infty$
- ✓ $x< a \Leftrightarrow x\in]-\infty\,;a[\;\Rightarrow\Rightarrow$ $-\infty$ ———————— [a / / / / / $+\infty$

Exemples :

Soit à résoudre dans Q les inéquations suivantes :

$2x+4\leq -20;\qquad 5+4x>29;$

Les inégalités au sens large sont : $\leq$ *et* $\geq$

Les inégalités au sens strict sont : $<$ *et* $>$.

Remarques :

- ✓ Si **a** est nul et **b** non nul ou positif, alors l'inéquation se présente sous la forme de ***0x ≤ b*** ; tout rationnel ***x*** est alors solution. L'ensemble des solutions est **Q**. Autrement dit **S=Q**

Exemples :

$-2x+1\leq 4-2x;\qquad -3x+7\leq 7-3x$

- ✓ Si ***a*** est nul et ***b*** strictement négatif, alors l'inéquation se présente sous la forme ***0x ≤ b*** et il n'existe aucun rationnel solution de l'inéquation. L'ensemble des solutions est l'ensemble vide**: ∅.** Autrement dit **S= ∅.**

Exemple:

x+3≤2+x

- ✓ Si a est nul et b strictement positif, alors l'inéquation peut se présenter sous la forme $0x\geq b$; il n'existe pas aucun rationnel solution de l'inéquation. S = **∅.**

Exemple:

$-2x+1\geq 4-2x;$

- ✓ Si a est nul et b nul, alors l'inéquation peut se présenter sous la forme $0x>$ **0**; ***ou ox*** <0 **; S = ∅.**

Exemple:

$3-2x+1>4-2x;$

5) <u>Exercice d'application :</u>

Résous dans $\mathbb{Q}$ les inéquations suivantes :

$-2x+3 \geq 15$; $3-x<-25$; $6x+7 \leq 0$; $-5x+2 \geq 0$; $\frac{7}{2}x-4>2$;
$3x-7x<-\frac{1}{2}$; $-2x+5>0$; $-2x-3 \leq 7$.

II. <u>Système de deux inéquations du 1er degré à une inconnue de la forme :</u> $\begin{cases} ax+b \leq 0 \\ cx+d \leq 0 \end{cases}$

1) <u>Activité :</u>

a) Résous chacune des inéquations suivantes : $2x-3 \leq 0 \quad et \quad 3x+7>0$.
b) Représente graphiquement sur un même axe les solutions de ces inéquations.
c) Donne sous forme d'intervalles l'ensemble des solutions de ces deux inéquations.

2) <u>Méthode :</u>

Pour résoudre un système de deux inéquations du premier degré à une inconnue, il faut :

- ✓ Résoudre chacune des inéquations.
- ✓ Représenter graphiquement sur une même droite graduée les solutions communes trouvées. La partie non hachurée représente l'ensemble des solutions du système.
- ✓ Donner la solution sous forme de phrase ou d'intervalles les solutions communes aux deux inéquations du système.

<u>Exemple :</u>

Soit à résoudre dans $\mathbb{Q}$ le système d'inéquations suivant : $\begin{cases} 2x<3 \\ x+4>0 \end{cases}$

Ce système est équivalent à : $\begin{cases} x<\frac{3}{2} \\ x>-4 \end{cases}$

L'ensemble des solutions du système est donc l'intersection de deux intervalles :

$S = \left]-\infty\,;\,\frac{3}{2}\right[\cap \left]-4\,;\,+\infty\right[\Leftrightarrow S = \left]-4\,;\,\frac{3}{2}\right[$

Il peut être utile de dessiner les intervalles pour déterminer l'intersection (représentation graphique).

3) <u>Exercice d'application :</u>

Résous les systèmes d'inéquations suivants : $\begin{cases} 3x-4 \geq -4x+9 \\ 2x+7>9 \end{cases}$; $\begin{cases} 8x+3 \leq 3x-8 \\ 28x-6<3x+48 \end{cases}$.

CHAPITRE 5: APPLICATIONS LINEAIRES

Durée : 6 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de la leçon, l'élève doit être capable de :

- Déterminer l'expression littérale $f(x) = ax$ d'une application linéaire à partir d'un tableau de proportionnalité.
- Connaître et différencier les notations f, $f(x)$ et le schéma : $x \longmapsto f(x)$
- A partir de l'expression littérale d'une application linéaire déterminer des valeurs numériques et établir un tableau de proportionnalité.
- Résoudre des problèmes pratiques faisant intervenir la proportionnalité.
- Utiliser la linéarité pour compléter un tableau de proportionnalité.
- Représenter graphiquement des applications linéaires.

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, *Histoire des mathématiques*, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973.

Programme de maths Octobre 2006, Guides pédagogiques 4ème, Guide d'usage 4ème, CIAM 4ème, Collection Excellence 4ème, Documents stagiaires, Maths 4ème Nathan, Maths 4ème Hatier Triangle, Maths 4ème Pythagore, Internet.

Matériel et supports didactiques :

-Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.

-Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons, une calculatrice.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Tableau de proportionnalité et représentation graphique d'un tableau de proportionnalité

Déroulement de la leçon :

I. Définitions et notation :

1) Activité :

Un athlète à l'entraînement parcourt à vitesse constante 300 mètres par minute.

a) Quelle distance parcourt-il en 4 min ? 10min ? 15min ?

b) Recopie et complète alors le tableau ci-dessous :

Temps (min)	1	4	7	10	15
Distance parcourue (km)					

c) Justifie que ce tableau est un tableau est un tableau de proportionnalité. Quel est le coefficient de proportionnalité ?

d) x étant le temps en minute qu'il met pour parcourir la distance y en mètres, complète l'égalité $y=\ldots x$.

2) Définition :

a étant un nombre rationnel, le procédé qui fait correspondre à tout nombre rationnel x le nombre rationnel ax est appelé application linéaire de coefficient a.

3) Notation :

- ✓ Si f désigne une application, on note $f : \to f(x)=ax$.
- ✓ ax est l'image de x par l'application f.
- ✓ x est l'antécédent de ax par l'application f.

Exemple :

Soit $f(x)= 2x$, calcule l'image de 3 et l'antécédent de 9.

4) Exercice d'application :

Soit l'application f définie par $f(x)=\frac{2}{3}x$.

a) Calcule les images de 0 ;1 ; 3 ; 2.

b) Calcule les antécédents de 0 ; 1 ; 2 ; 5.

II. Proportionnalité et application linéaire :

1) Activité :

On donne l'application linéaire f définie par $f(x)=2x$.

a) Recopie et complète le tableau ci- dessous :

x	1	3	1,2	$\frac{-3}{2}$
2x				

b) Justifie que ce tableau est un tableau de proportionnalité.

2) Propriétés :

- ✓ A toute de situation de proportionnalité, on peut associer une application linéaire dont le coefficient est le coefficient de proportionnalité.
- ✓ Toute application linéaire, traduit une situation proportionnalité.

3) Exercice d'application :

On donne les tableaux ci-dessous :

1	3	5	9
4	12	20	36

-2	3	5	8
-3	4,5	7,5	10

a) Sont-ils des tableaux de proportionnalité ?
b) Si oui, détermine dans chaque cas l'application linéaire correspondante.

III. Propriétés et représentation graphique des applications linéaires :

1) Activité :

Soit $f(x)=5x$.

a) Recopie et complète : $f(2)+f(3)=\ldots+\ldots$; $f(2+3)=f(\ldots)=\ldots$ et compare les résultats obtenus.
b) Recopie et complète : $f(4\times 3)=f(\ldots)=\ldots$; $4\times f(3)=\ldots$ et compare les résultats obtenus.

2) Propriétés :

Soit f une application linéaire et a, b, k, trois rationnels donnés. On a :

- ✓ $f(a+b)=f(a)+f(b)$.
- ✓ $f(ka)=kf(a)$.

Exemple :

Soit $f(x)=-4x$.
Calcule de deux manières différentes $f(7)$.
Calcule de deux manières différentes $f(10)$.

3) Représentation graphique :

a) Définition :

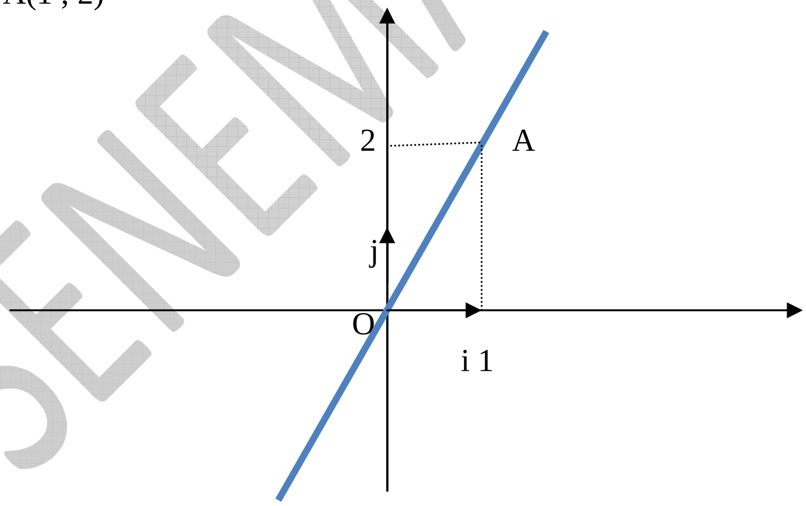
Dans un repère d'axes perpendiculaires, la représentation graphique d'une application linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère.

b) Méthode :

Pour tracer la représentation graphique de l'application linéaire $f(x)=ax$, on place le point de coordonnées $A(1\ ;a)$, puis on trace la droite passant par l'origine du repère et le point A.

Exemple

f(x) = 2x ; A(1 ; 2)



4) Exercice d'application :

Soient $f(x)=-3x$ et $g(x)=\frac{5}{2}x$.

a) Calcule de deux façons différentes $f(5)$ et $g(10)$.
b) Représente dans un même repère $f(x)$ et $g(x)$.

CHAPITRE 6: STASTISTIQUES

Durée : 7 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de la leçon, l'élève doit être capable de :

- Connaitre le vocabulaire suivant : population, individu, échantillon, caractère quantitatif, caractère qualitatif, valeur de caractère (modalité), effectif, mode, moyenne, fréquence, pourcentage.
- Ordonner une série statistique
- Établir le tableau des effectifs
- Déterminer le mode d'une série statistique
- Calculer la fréquence et le pourcentage d'une valeur du caractère et la moyenne d'une série statistique
- Représenter une série statistique par un diagramme : en bâtons, en bandes, circulaire, semi-circulaire
- Déterminer à l'aide d'un diagramme les valeurs d'un caractère
- Déterminer à l'aide d'un diagramme les effectifs d'une série statistique
- Interpréter des données statistiques

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, *Histoire des mathématiques*, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973.

Programme de maths Octobre 2006, Guides pédagogiques 4ème, Guide d'usage 4ème, CIAM 4ème , Collection Excellence 4ème , Documents stagiaires, Maths 4ème Nathan, Maths 4ème Hatier Triangle, Maths 4ème Pythagore, Internet.

Matériel et supports didactiques :

-Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.

-Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons, une calculatrice.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Proportionnalité et repérage dans le plan.

Disque et angles.

Déroulement de la leçon :

I. Définitions et exemples :

1) Activité :

Une enquête est menée auprès des élèves de la 4ème A du CEM Loboudou Doué. Les questions qui leurs ont été posées sont les suivantes :

Quel est votre année de naissance ?

Combien de frères et sœurs avez-vous ?

Les résultats de cette enquête sont regroupés dans le tableau ci-dessous :

Année de naissance	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Nombre de frères et sœurs	0	12	23	15	7	4

a) Où fait-on l'enquête ?
b) Sur quoi se porte l'enquête ?
c) Qu'est-ce qui est demandé à chaque élève ?
d) Ces réponses sont-elles obtenues par comptage ou par mesure ?

2) Définitions :

a) Population :

Une étude statistique porte toujours sur un ensemble de personnes, d'animaux, de végétaux ou de choses. L'ensemble sur lequel porte l'étude statistique est appelé population.

b) Individu :

Tout élément de la population est appelé individu.

c) Echantillon :

La partie de la population effectivement utilisée pour l'étude statistique est appelé échantillon. Lorsque l'effectif de l'échantillon est n, on dit qu'on a un échantillon de taille n.

d) Caractère :

Sur quoi porte l'étude statistique est appelée variable ou caractère.

- ✓ *Un caractère est **quantitatif** lorsqu'il est mesurable ou comptable.*
- ✓ *Un caractère est **qualitatif** lorsqu'il n'est ni mesurable, ni comptable.*

e) Modalité :

Les différentes valeurs d'un caractère sont les modalités.

3) Exemples :

- ✓ **Une enquête est menée auprès des élèves d'une classe de quatrième sur leur loisir préféré a donné les résultats suivants :**

Loisirs	*sport*	*télévision*	*lecture*	*musique*	**Total**
Effectif	8	9	3	1	21

La **population** étudiée est : l'ensemble des élèves de la classe de quatrième.

Le **caractère** étudié est : le loisir préféré ; sa nature : il est **qualitatif**, car il n'est ni mesurable, ni comptable.

Les **modalités** sont : sport, télévision, lecture et musique.

Chaque élève de cette classe est un **individu.**

10 élèves sur 21 de cette classe est un **échantillon** de taille 10**.**

- ✓ **Considérons l'ensemble des élèves d'une classe.**

L'ensemble des élèves de la classe est une **population**.

Chaque élève de la classe est un **individu**

Un sous ensemble d'élèves de la classe forme un **échantillon.**

Sur cette population, on peut étudier les **caractères** : âge, taille, poids, notes qui sont **quantitatifs** et les caractères : sexe, ethnie, nationalité, race qui sont **qualitatifs.**

ibselam85@yahoo.fr

II. Classement des données statistiques :

1) Activité :

En 2018, voici un nombre de lettres envoyées par 16 élèves choisis au hasard parmi les élèves d'une classe de 4ème : 2-3-4-6-0-2-1-2-5-0-6-1-2-1-3-2.

a) Réécris ces 16 nombres en suivant un ordre croissant.
b) Quelles sont les différentes modalités ?
c) Recopie et complète le tableau ci-dessous.

Modalités	0	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs								

d) Quel est en moyenne, le nombre de lettres par un élève ?
e) Détermine la modalité ayant le plus grand effectif.

2) Effectif d'une modalité :

L'effectif d'une modalité représente le nombre de fois qu'on retrouve cette modalité.

3) Fréquence d'une modalité :

La fréquence d'une modalité est le rapport de l'effectif de cette modalité par l'effectif total.

$$\textit{Fréquence} = \frac{\textit{Effectif partiel}}{\textit{Effectif total}}$$

La somme des fréquences d'une série statistique est égale à 1.

4) Pourcentage d'une modalité :

Le pourcentage d'une modalité est la fréquence de cette modalité multipliée par 100.

$$\textit{Pourcentage} = \textit{Fréquence} \times 100 = \frac{\textit{Effectif partiel}}{\textit{Effectif total}} \times 100$$

La somme des pourcentages d'une série statistique est égale à 100%.

5) Moyenne :

La moyenne d'une série statistique s'obtient en divisant par l'effectif total la somme des produits des modalités par les effectifs.

$$\textit{Moyenne} = \frac{\textit{Somme des produits}(\textit{modalités} \times \textit{effectifs})}{\textit{Effectif total}}.$$

6) Mode :

Le mode d'une série statistique est la modalité ayant le plus grand effectif.

Remarques :

- ✓ Une série statistique qui a un seul mode est dite unimodale.
- ✓ Une série statistique qui a deux modes est dite bimodale.

7) Exercice d'application :

Une fille vend des mangues aux détails. A chaque fois qu'elle en vend une, elle note le prix dans un carnet. En fin de journée, elle obtient le résultat suivant :
20F ;50F ;10F ;15F ;25F ;10F ;15F ;20F ;20F ;25F ;30F ;50F ;10F ;30F ;50F ;25F ;20F ;25F ;10F ;25F ; 15F ;20F ;20F ;10F ;20F ;15F ;20F ;30F ;10F ;30F ;25F ;20F ;15F ;10F ;10F ;15F ;15F ;50F ;20F.20F.

a) Ordonne cette série statistique.
b) Quelles sont les modalités de cette série ?
c) Recopie et complète le tableau ci-dessous :

Modalités	10F	15F	20F	25F	30F	50F	Total
Effectifs							
Fréquences							
Pourcentage							

d) Calcule le prix moyen d'une mangue.
e) Quel est le mode de cette série ?

III. Représentations graphiques d'une série statistique :

On peut représenter une série statistique par différents diagrammes :

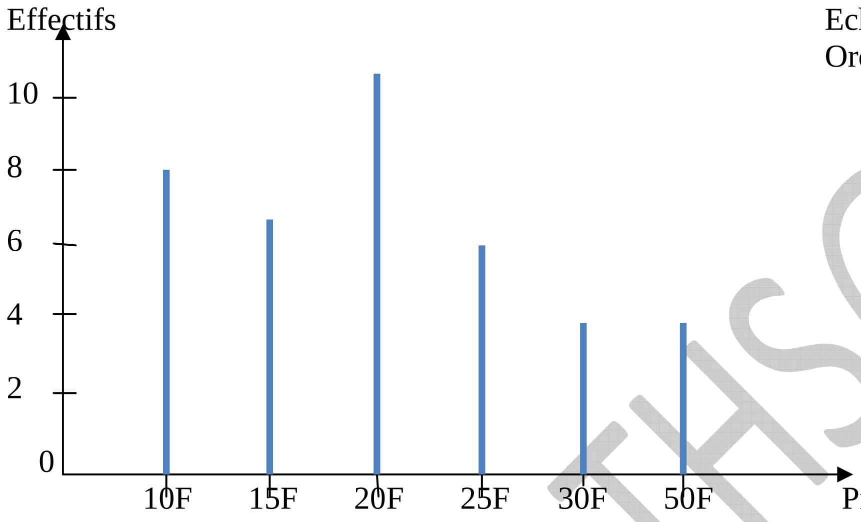
1) Diagramme en bâtons :

Dans un repère d'axes perpendiculaires, on marque en abscisses les modalités et en ordonnées, les effectifs. Chaque modalité est représentée par un segment dont la longueur est proportionnelle à l'effectif.

Exemple :

Considérons la série statistique de l'exercice d'application précédent :

Modalités	10F	15F	20F	25F	30F	50F
Effectifs	8	7	11	6	4	4



Echelle : Abscisses : 1cm→un prix
Ordonnées : 1cm→2 effectifs

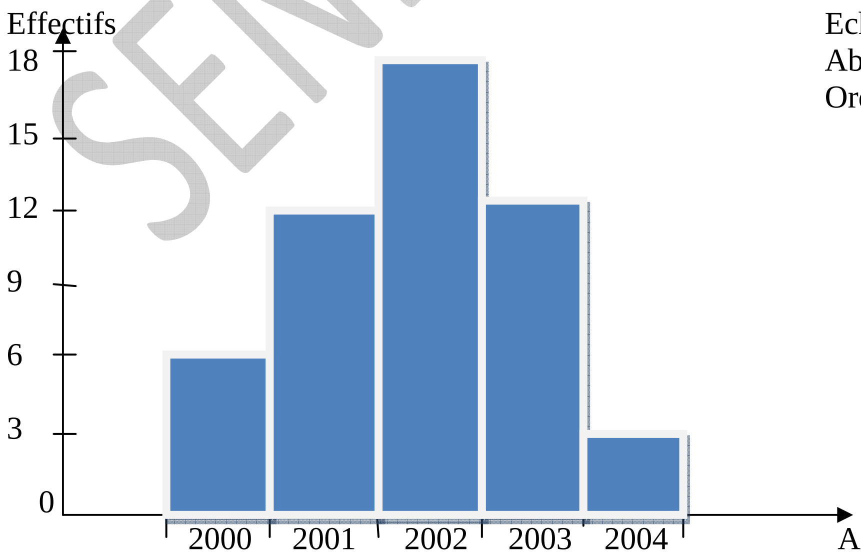
2) Diagramme en bandes :

Dans un repère d'axes perpendiculaires, on marque en abscisses les modalités et en ordonnées, les effectifs. Chaque modalité est représentée par un rectangle dont la longueur est proportionnelle à l'effectif. Tous les rectangles ont la même largeur.

Exemple :

Considérons les années de naissance de chacun des élèves de la $4^{ème}$ A du CEM Loboudou Doué :

Année de naissance	2000	2001	2002	2003	2004
Effectifs	6	12	18	13	3



Echelle :
Abscisses : 1cm→une année
Ordonnées : 1cm→3 effectifs

3) Diagramme circulaire :

Pour tracer le diagramme circulaire d'une série statistique, on calcule les angles correspondants à chaque effectif, puis on reporte les mesures dans le cercle.

$\textit{Angle} = \frac{\textit{Effectif partiel}}{\textit{Effectif total}} \times 360° = \textit{fréquence} \times 360°$

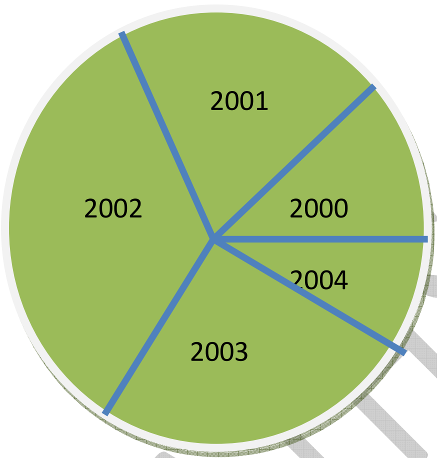
Exemple :

Considérons les années de naissance de chacun des élèves de la 4ème A du CEM Loboudou Doué :

Année de naissance	2000	2001	2002	2003	2004
Effectifs	6	12	18	13	3

2000 : angle=$\frac{6}{52} \times 360° = 41°$; 2001 : angle=$\frac{12}{52} \times 360° = 83°$; 2002 : angle=$\frac{18}{52} \times 360° = 125°$;

2003 : angle=$\frac{13}{52} \times 360° = 90°$; 2004 : angle=$\frac{3}{52} \times 360° = 21°$.



4) Diagramme semi-circulaire :

Pour tracer le diagramme semi-circulaire d'une série statistique, on calcule les angles correspondants à chaque effectif, puis on reporte les mesures dans le demi-cercle.

$\textit{Angle} = \frac{\textit{Effectif partiel}}{\textit{Effectif total}} \times 180° = \textit{fréquence} \times 180°$

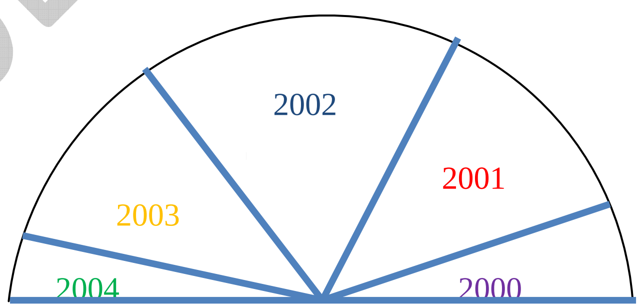
Exemple :

Considérons les années de naissance de chacun des élèves de la 4ème A du CEM Loboudou Doué :

Année de naissance	2000	2001	2002	2003	2004
Effectifs	6	12	18	13	3

2000 : angle = $\frac{6}{52} \times 180° = 21°$; 2001 : angle = $\frac{12}{52} \times 180° = 42°$; 2002 : angle = $\frac{18}{52} \times 180° = 62°$;

2003 : angle = $\frac{13}{52} \times 180° = 45°$; 2004 : angle = $\frac{3}{52} \times 180° = 10°$.



ACTIVITES GEOMETRIQUES

Introduction :

Les origines de la géométrie remontent aux babyloniens et aux égyptiens (2000 ans avant notre ère). Le théorème dit « de Pythagore » est connu dans des cas particuliers. Sur des tablettes babyloniennes, on a retrouvé des problèmes à caractère géométrique (calculs d'aires) dont la résolution passe par l'algèbre.
La géométrie naît des exigences de la vie pratique : architecture, fabrication et décoration d'objets,…
Mais c'est aux crues répétées du Nil qu'on attribue les origines de la géométrie. Elles contraignent les arpenteurs égyptiens à retracer régulièrement les limites des propriétés agricoles afin de redistribuer les terrains de façon équitable.
Ces arpenteurs égyptiens déterminent des longueurs, des surfaces divisées en rectangles, carrés et autres triangles. Ils utilisent la corde à 13 nœuds pour marquer les angles droits et sont ainsi nommés les tendeurs de cordes.

CHAPITRE 1 : DISTANCES

Durée : 7 heures
Objectifs de la leçon :
A la fin de la leçon, l'élève doit être capable de :
- Connaître les configurations d'intersection de deux cercles.
- Reconnaître que deux cercles sont sécants, tangents intérieurement, tangents extérieurement, disjoints.
- Connaître le critère d'existence d'un triangle à partir de trois nombres donnés.
- Connaître les propriétés de la médiatrice pour effectuer un régionnement du plan.
- Utiliser les propriétés de la médiatrice pour effectuer un régionnement du plan.
- Connaître la définition de la distance d'un point à une droite.
- Trouver la distance d'un point à une droite.
- Utiliser la distance d'un point à une droite.
- Connaître la propriété de reconnaissance de la bissectrice.
- Utiliser la propriété de reconnaissance de la bissectrice pour justifier une égalité de distances ou l'appartenance d'un point à la bissectrice d'un angle.
- Connaître les configurations d'intersection d'un cercle et d'une droite.
- Démontrer qu'une droite et un cercle sont sécants, tangents, disjoints.
- Construire une tangente à un cercle donné passant par un point donné extérieur au cercle.

Sources et supports pédagogiques :
Jean-Paul Collette, *Histoire des mathématiques*, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973.
Programme de maths Octobre 2006, Guides pédagogiques 4ème, Guide d'usage 4ème, CIAM 4ème, Collection Excellence 4ème, Documents stagiaires, Maths 4ème Nathan, Maths 4ème Hatier Triangle, Maths 4ème Pythagore, Internet.

Matériel et supports didactiques :
-Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.
-Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons, une calculatrice.

Plan du cours : (Voir le cours)
Pré-requis:
Programme de sixième : distance, alignement, inégalité triangulaire, symétrie orthogonale, médiatrice et orthogonalité.

Déroulement de la leçon :

I. Positions relatives de deux cercles :

1) Activité :

On donne deux points A et B tels que AB= 4cm.

a) Trace le cercle (Ɛ) de centre B et de rayon 2,5cm.
b) Trace les cercles ($Ɛ_1$) de centre A et rayon 1,5cm ; ($Ɛ_2$) de centre B et de rayon 3cm et ($Ɛ_3$) de centre B et de rayon 5,5cm.
c) Trouve le nombre de points communs au cercle (Ɛ) et à chacun des cercles ($Ɛ_1$), ($Ɛ_2$), et ($Ɛ_3$).
d) Compare dans chaque cas la distance AB à la somme et à la différence des rayons des deux cercles.

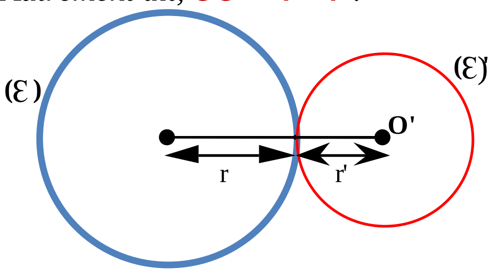
2) Propriétés :

Soient un cercle $\mathcal{E}(O\ ;\ r)$ et un cercle $\mathcal{E}'(O'\ ;\ r')$ tels que $r'<r$

a) Propriété 1 : Cercles tangents extérieurement :

Si la distance des centres est égale à la somme des rayons, alors les deux cercles sont tangents extérieurement

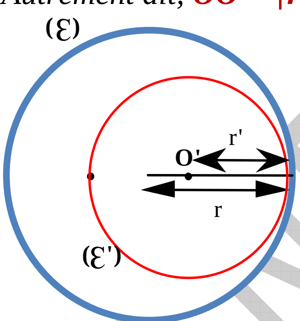
Autrement dit, **$OO' = r + r'$**.



b) Propriété 2 : Cercles tangents intérieurement :

Si la distance des centres est égale à la différence des rayons, alors les deux cercles sont tangents intérieurement.

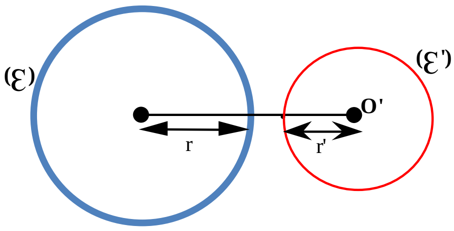
Autrement dit, **$OO' = |r - r'|$**.



c) Propriété 3 : Cercles disjoints extérieurement :

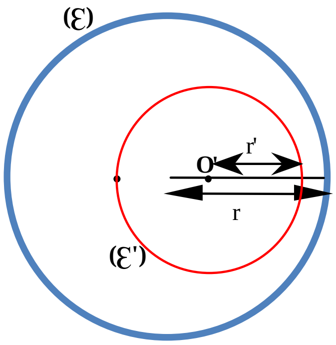
Si la distance des centres est supérieure à la somme des rayons, alors les deux cercles sont disjoints extérieurement.

Autrement dit, **$OO' > r + r'$**.



d) Propriété 4 : Cercles disjoints intérieurement :

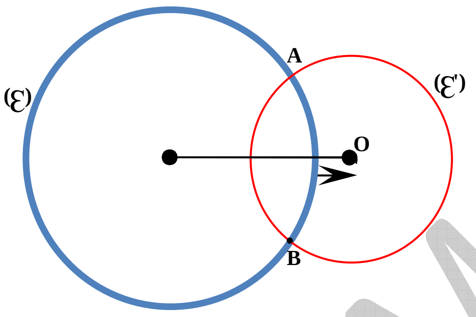
Si la distance des centres est inférieure à la différence des rayons, alors les deux cercles sont disjoints intérieurement.
Autrement dit, $OO' < |r - r'|$.



e) Propriété 5 : Cercles sécants :

Si la distance des centres est comprise entre la différence et la somme des rayons, alors les deux cercles sont sécants.

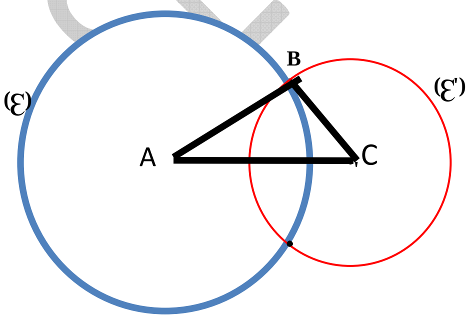
Autrement dit, $|r - r'| < OO' < r + r'$



3) Critères d'existence d'un triangle :

Soit un triangle ABC dont les côtés BC, AC et AB ont pour longueur les nombres a, b et c, si : $\begin{cases} a + b > c \\ a + c > b \\ b + c > a \end{cases}$

, alors ce triangle existe.
Ces trois inégalités entrainent que le cercle de centre A et de rayon c et le cercle de centre C et de rayon a avec AC=b sont sécants.



Exemples :

Dans chacun des cas suivants, dis s'il est possible de construire un triangle ABC sachant que :

a) AB=4cm; BC=5cm; AC=8cm.
b) AB=10cm; BC=10cm; AC=10cm
c) AB=6cm; BC=3cm; AC=2cm

II. Régionnement du plan et reconnaissance d'un plan:

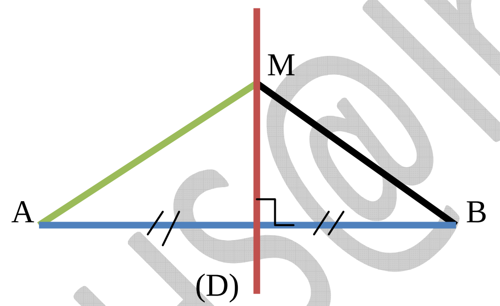
1) Activité :

a) Marque deux points distincts A et B dans le plan.
b) Marque un point M dans ce plan tel que AM=BM.
c) Trace l'ensemble (D) des points du plan vérifiant que AM=BM.
d) Marque un point O dans le demi-plan de frontière (D) et contenant le point A, puis compare AO et BO.

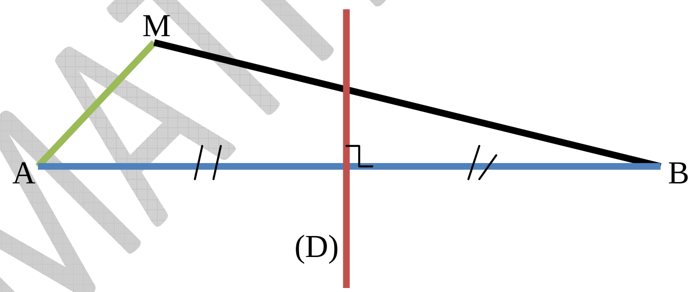
2) Propriétés :

Soit (D) la médiatrice du segment [AB] et M un point du plan.

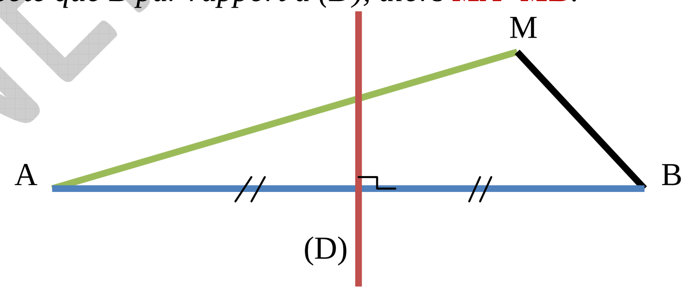
- ✓ *Si $M \in (D)$, alors* ***MA=MB***.



- ✓ *Si M est du même côté que A par rapport à (D), alors* ***MA<MB***.



- ✓ *Si M est du même côté que B par rapport à (D), alors* ***MA>MB***.



3) Exercice d'application :

a) Construis un triangle ABC, puis construis la droite (D) parallèle à (BC) passant par le point A.
b) Marque le point B' symétrique de B par rapport à (D) et le point A' commun à (D) et à (B'C).
c) Justifie que A'B' est égal à A'B.
d) Compare les périmètres des triangles ABC et A'BC.

III. Distance d'un point à une droite :

1) Activité :

a) Trace une droite (D) et marque un point A hors de (D).
b) Construis le pied H perpendiculaire à (D) passant par A et A' le symétrique de A par rapport à H. Soit M un point de (D).
c) Compare la somme AM+MA' à la distance AA'.
d) Déduis-en une relation d'inégalité entre AM et AH

2) Définition :

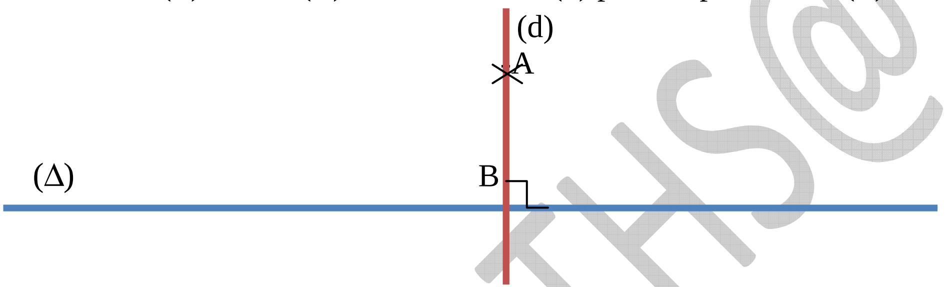
Soit une droite (Δ), un point A hors (Δ) et H le pied de la perpendiculaire à (Δ) passant par A.
Pour tout point M de (Δ) , on a :AH≤AM ; on dit de ce fait que AH est la distance du point A à la droite (Δ).

3) Méthode :

Pour déterminer la distance d'un point M à une droite (Δ), on construit le pied H de la perpendiculaire à b (Δ) passant par M. La distance cherchée est MH.

Exemple :

Soient une droite (Δ) et $A \notin (\Delta)$ .Trace la droite (d) passant par A et $\perp (\Delta)$; elle coupe (Δ) en B.



AB est la distance du A par rapport à (Δ).

Remarque :

Si $A \in (\Delta)$, alors la distance de A à (Δ) est égale à 0.

IV. Propriétés de la bissectrice d'un angle :

1) Propriétés :

- ✓ *Si un point est sur la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant des côtés de cet angle.*
- ✓ *Si un point est équidistant des côtés d'un angle, alors il est sur la bissectrice de cet angle.*

2) Exercice d'application :

Soit un angle xôy et [oz) sa bissectrice. Soit M un point de [Oz). Soient (MA) la perpendiculaire à (Ox) et (MB) la perpendiculaire à (Oy) tels que : $A \in [Ox) et\ B \in [Oy)$.

a) Compare MA et MB.
b) Quel est le symétrique de (ox) par rapport à (OM) ?

Correction:

a) MA=MB d'où (OM) est la médiatrice de [AB].

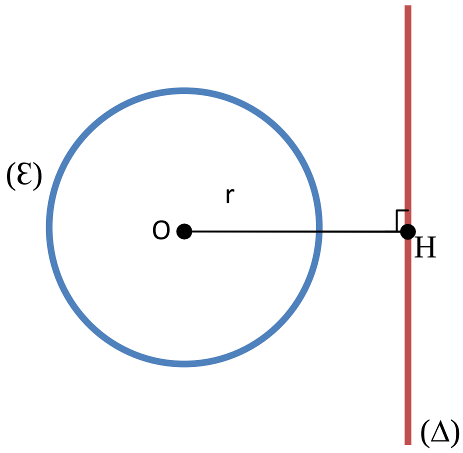
b) $$\left.\begin{array}{l} S_{(OM)}(A)=B \\ S_{(OM)}(O)=O \end{array}\right\} \Rightarrow S_{(OM)}(OA)=(OB)\ d'où\ \ S_{(OM)}(Ox)=(Oy)$$

V. Position relative d’une droite et d’un cercle :

Soient un cercle Ɛ(o ; r) , (Δ) une droite et H un point de (Δ) tel que (OH) perpendiculaire à (Δ).

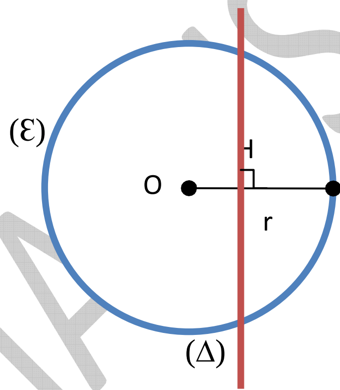
1) Droite et cercle disjoints :

*Si **OH>r,** alors Ɛ (o ; r) et (Δ) sont disjoints. Autrement dit, le cercle et la droite n’ont aucun point commun.*



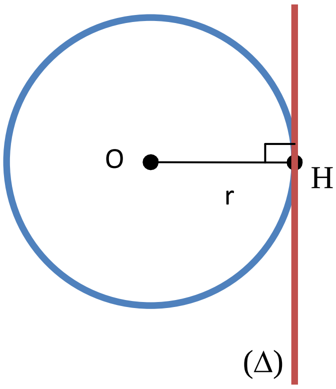
2) Droite et cercle sécants :

*Si **OH<r**, alors Ɛ (o ; r) et (Δ) sont sécants. Autrement dit, le cercle et la droite ont deux points communs.*



3) Droite et cercle tangents :

*Si Si **OH<r**,, alors Ɛ (o ; r) et (Δ) sont tangents. Autrement dit, le cercle et la droite ont un seul point commun.*



4) Exercice d'application :

Soit un cercle $\mathcal{E}\ (O; 3cm)$. Place un point A sur (Ɛ).

a) Montre que la droite (D) passant par A et perpendiculaire à (OA) est tangente à (Ɛ).

b) Soit B et M les points situés sur (Ɛ) et distincts de A tels que : [BM] soit un diamètre de (Ɛ). Montre que ABM est un triangle rectangle.

c) Soit K un point de (D) distinct de A. Montre que KAO est un triangle rectangle.

Correction :

a) $\left.\begin{array}{c}(D) \cap (\mathcal{E}) = A \\ (D) \perp (OA) \\ OA = r = 3cm\end{array}\right\} \Rightarrow (D)\ et\ (\mathcal{E})\ sont\ tangents$

b) $\left.\begin{array}{c}O\ milieu\ de\ [MB] \Rightarrow MB\ diamètre \\ \mathcal{E}(O; 3cm)\ est\ circoncrit\ à\ ABM\end{array}\right\} \Rightarrow AMB\ est\ un\ triangle\ rectangle$

c) (D) tangent à (Ɛ) donc (D) perpendiculaire à (OA) en A, d'où KAO rectangle en A.

CHAPITRE 2: DROITES DES MILIEUX

Durée : 5 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Connaître les propriétés et les configurations relatives à la droite des milieux
- Utiliser les propriétés pour : démontrer le parallélisme de droites
- calculer ou comparer des longueurs
- Connaître la propriété et la configuration relative au théorème 3:
- Utiliser le théorème 3: pour démontrer qu'un point est milieu d'un segment.
- Utiliser la propriété 4 pour calculer ou comparer des longueurs

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, *Histoire des mathématiques*, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973.

Programme de maths Octobre 2006, Guides pédagogiques 4ème, Guide d'usage 4ème, CIAM 4ème, Collection Excellence 4ème, Documents stagiaires, Maths 4ème Nathan, Maths 4ème Hatier Triangle, Maths 4ème Pythagore, Internet.

Matériel et supports didactiques :

-Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.

-Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons, une calculatrice.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Parallélogramme, Symétrie centrale, Médiatrice et Cercle circonscrit au triangle rectangle

Déroulement de la leçon :

I. Droites parallèles et longueur d'un segment :

1) Activité :

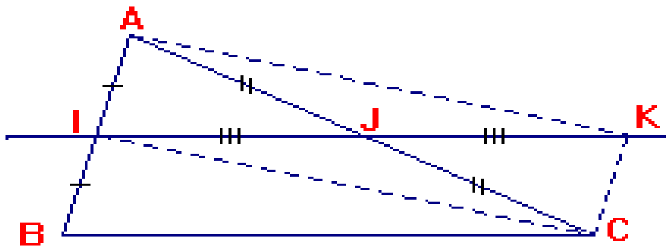
Trace un triangle quelconque ABC. Soient I milieu de [AB] et J milieu de [AC].

a) Construis le symétrique K de I par rapport à J.

b) Montre que le quadrilatère IAKC est un parallélogramme de même que le quadrilatère IBCK.

c) Déduis-en que (IJ) // (BC) et $IJ = \frac{BC}{2}$.

Correction :



a) Construisons le symétrique K de I par rapport à J

b) Montrons que le quadrilatère IAKC est un parallélogramme

J milieu de [AC]

K est le symétrique de I par rapport à J donc J est milieu de [IK]

J milieu des diagonales [AC] et [IK], donc IAKC est un parallélogramme

On en déduit que :

AI = CK et (AI) // (CK)

On a aussi AI = BI et

AI = CK d'où BI = CK

(AI) // (CK) donc (BI) // (CK)

BI = CK et (BI) // (CK), donc IBCK est un parallélogramme

c) Déduction

IBCK est un parallélogramme donc (IK) // (BC)

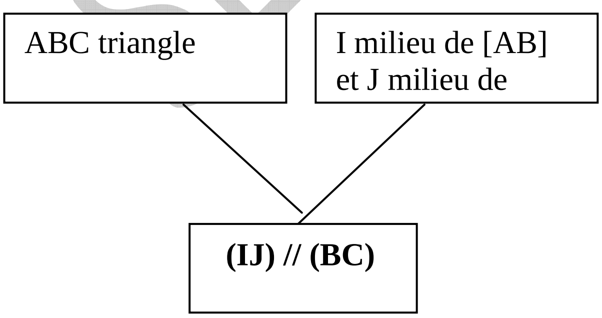
Or (IK) = (IJ) donc (IJ) // (BC), d'où (IJ) // (BC)

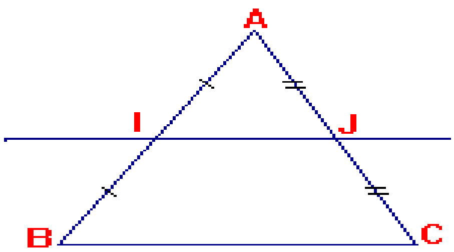
On a aussi IK = BC et IK = 2IJ donc $IJ = \frac{IK}{2}$. **On en déduit que $IJ = \frac{BC}{2}$**

2) Enoncé du théorème 1 :

Dans un triangle, la droite qui passe par les milieux des deux côtés est parallèle au support du troisième côté.

Déductogramme :





3) Enoncé du théorème 2 :

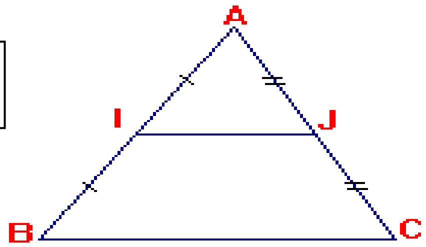
Dans un triangle, le segment joignant les milieux de deux côtés a pour longueur la moitié de celle du troisième côté.

Déductogramme :

ABC triangle

I milieu de [AB] et
J milieu de [AC]

$IJ = \frac{BC}{2}$



4) Enoncé du théorème 3:

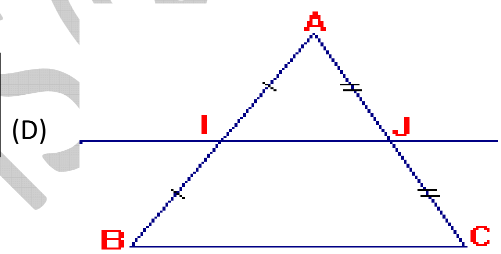
Dans un triangle, une droite qui passe par le milieu d'un côté et parallèle au support du deuxième côté, passe par le milieu du troisième côté.

Déductogramme :

ABC triangle

I milieu de [AB]
I ∈ (D) et (D) // (BC)

(D) passe par J milieu de [AC]



5) Exercice d'application :

ABC est un triangle tel que AC = 6 cm ; AB = 4 cm et BC = 3,5 cm. ACD est le triangle (A et C sont les points du triangle ABC) tel que AD = 5 cm ; CD = 4 cm ; B et D ne sont pas du même côté de la droite (AC). E est le milieu de [AB] et F est le milieu de [AC]. La parallèle à (CD) passant par F coupe (AD) en G.

a) Montre que (EF) est parallèle à (BC).
b) Montre que G est le milieu de [AD].
c) Calcule les longueurs EF et FG. Justifie les réponses.

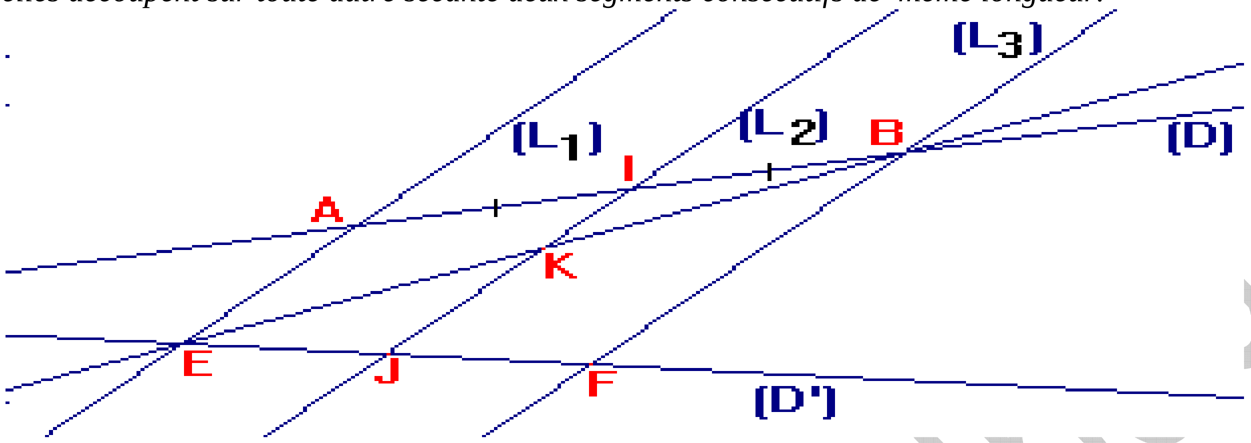
II. Parallèles équidistantes et droites sécantes à ces parallèles :

1) Activité :

a) Sur une droite (D), place trois points A, I et B dans cet ordre tel que I milieu de [AB].
b) Trace trois droites parallèles (X), (Y) et (Z) passant respectivement par A, I et B. Soit une droite (D') qui coupe les droites (X), (Y) et (Z) respectivement en G, F et H.
c) Démontre que F est le milieu de [GH].

2) Enoncé du théorème 4 :

Si trois droites parallèles découpent sur une sécante deux segments consécutifs de même longueur, alors elles découpent sur toute autre sécante deux segments consécutifs de même longueur.



(D) coupe (L_1), (L_2) et (L_3) respectivement en A, I et B tel que I milieu de [AB]
(D') coupe (L_1), (L_2) et (L_3) respectivement en E, J et F d'où J milieu de [EF].

3) Exercice d'application :

Soit ABCD un trapèze tel que : (AB)//(DC) et AB>DC. On désigne par I le milieu de [AD] et J le milieu de [BC]. La parallèle à (BC) passant par D coupe (IJ) en K et (AB) en L.

a) Démontre que : AL=2Ik.

b) Démontre que : DC=KJ=LB.

CHAPITRE 3: DROITES REMARQUABLES DANS UN TRIANGLE

Durée : 7 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Connaître la propriété : les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes.
- Connaître le vocabulaire : cercle inscrit.
- Construire le cercle inscrit dans un triangle.
- Connaître la propriété : les trois médianes d'un triangle sont concourantes.
- Connaître le vocabulaire : centre de gravité.
- Démontrer qu'un point est le centre de gravité d'un triangle.
- Placer le centre de gravité d'un triangle connaissant une médiane.
- Utiliser les droites remarquables pour démontrer que : trois points sont alignés, trois droites sont concourantes, un point est milieu d'un segment.
- Montrer qu'un triangle est isocèle à partir des propriétés des ses droites remarquables.

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, *Histoire des mathématiques*, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973.

Programme de maths Octobre 2006, Guides pédagogiques 4ème, Guide d'usage 4ème, CIAM 4ème , Collection Excellence 4ème , Documents stagiaires, Maths 4ème Nathan, Maths 4ème Hatier Triangle, Maths 4ème Pythagore, Internet.

Matériel et supports didactiques :

-Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.

-Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons, une calculatrice.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Notions sur les triangles et quadrilatères

Définition et propriétés d'une médiatrices, d'une bissectrice, d'une hauteur et d'une médiane.

Propriétés de la distance d'un point à une droite et de la position d'une droite et d'un cercle

Propriétés de la droite des milieux.

Déroulement de la leçon :

I. Bissectrices d'un triangle :

1) Activité :

a) Tracer un triangle ABC.

b) Trace les bissectrices des angles $\hat{B}$ et $\hat{C}$ et I leur point d'intersection.

c) Compare les distances du point I :

- ✓ aux droites (BA) et (BC),
- ✓ aux droites (CA) et (BC).

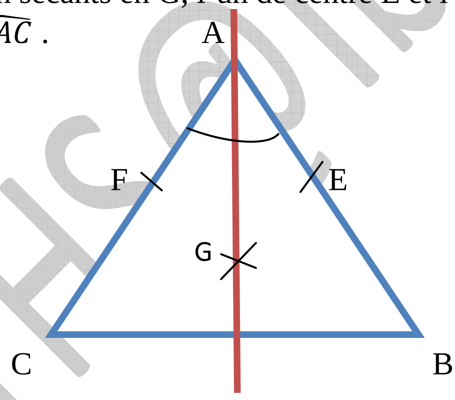
2) Définition :

Une bissectrice d'un triangle est une droite qui passe par le sommet d'un angle de ce triangle et qui partage cet angle en deux angles égaux.

3) Méthode :

Pour construire la bissectrice d'un angle $\widehat{BAC}$ d'un triangle ABC, il faut :

- ✓ Construire un triangle ABC,
- ✓ Construire un arc de cercle qui coupe [AB) en E et [AC) en F,
- ✓ Construire deux arcs de cercle de même rayon sécants en G, l'un de centre E et l'autre de centre F,
- ✓ La droite (AG) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$.



4) Propriétés :

- ✓ *Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant des côtés de cet angle.*
- ✓ *Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes.*

5) Cercle inscrit dans un triangle :

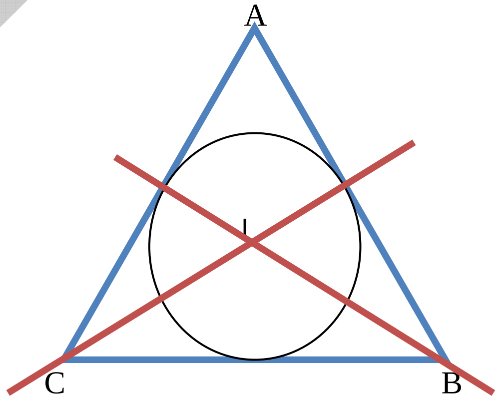
a) Vocabulaire :

- ✓ Le point de concours des trois bissectrices d'un triangle est le centre du cercle tangent aux trois côtés de ce triangle.
- ✓ Ce cercle est appelé cercle inscrit dans le triangle et tangent à chacun des côtés de ce triangle.

b) Méthode de construction :

Pour tracer le cercle inscrit dans un triangle, il faut :

- ✓ Tracer soigneusement deux bissectrices de ce triangle.
- ✓ Construire le projeté orthogonal H de leur point d'intersection I sur un des côtés du triangle.
- ✓ Tracer le cercle de centre I et de rayon IH.



II. Médianes d'un triangle :

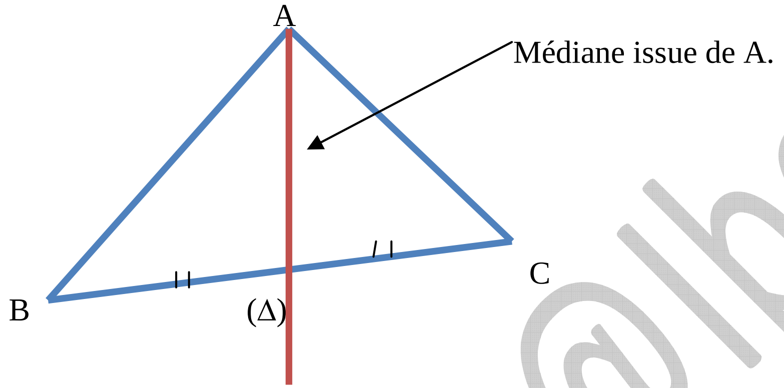
1) Activité :

a) Trace un triangle ABC. Marque les points A', B' et C' milieux respectifs des côtés [BC], [AC] et [AB]. Traces les médianes (AA'), (BB') et (CC') de ce triangle.

b) Soit G le point d'intersection des médianes (BB') et (CC'). Que représente G pour les médianes (AA') et (CC') ?

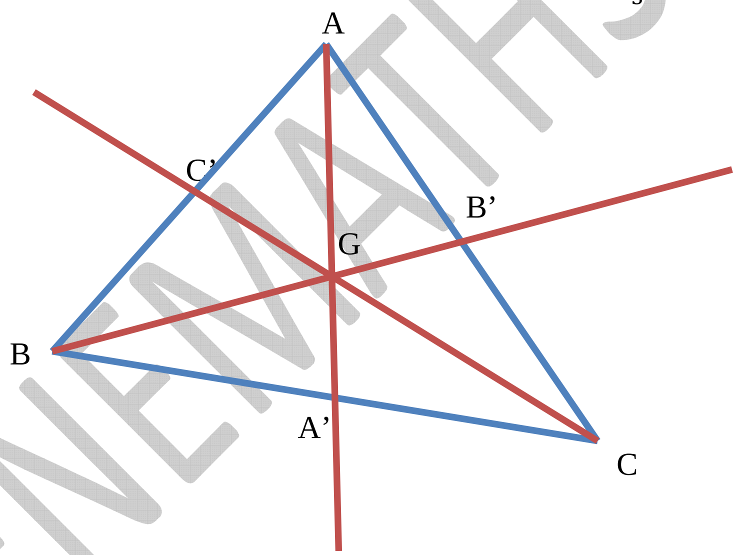
2) Définition :

Une médiane d'un triangle est une droite qui passe par un sommet et par le milieu du côté opposé à ce sommet.



3) Propriétés :

- ✓ *Les trois médianes d'un triangle sont concourantes.*
- ✓ *Le point de concours de ces médianes est appelé centre de gravité du triangle.*
- ✓ *Le centre de gravité d'un triangle se trouve au deux tiers ($\frac{2}{3}$) de chaque médiane à partir du sommet.*



$AG=\frac{2}{3}AA'$ et $G\in[AA']$, alors A, G, A' sont alignés

$BG=\frac{2}{3}BB'$ et $G\in[BB']$, alors B, G, B' sont alignés

$CG=\frac{2}{3}CC'$ et $G\in[CC']$, alors C, G, C' sont alignés

III. Médiatrices d'un triangle :

1) Activité :

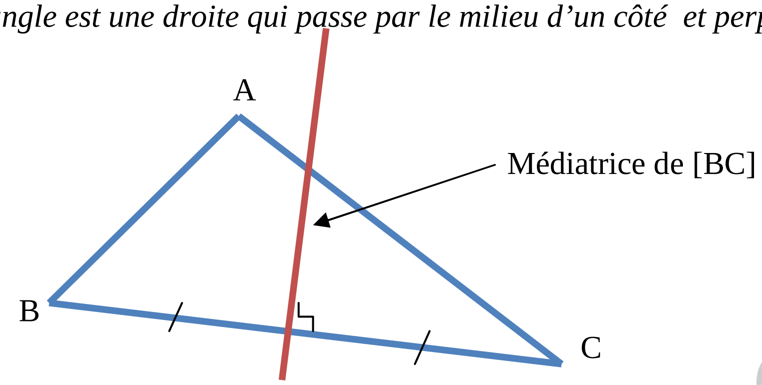
a) Trace un triangle ABC et construis les médiatrices (D_1) de [BC] et (D_2) de [AB] qui se coupent en O

b) Trace la médiatrice (D_3) de [AC]. Le point O appartient-il à la médiatrice (D_3) de [AC] ?

ibselam85@yahoo.fr

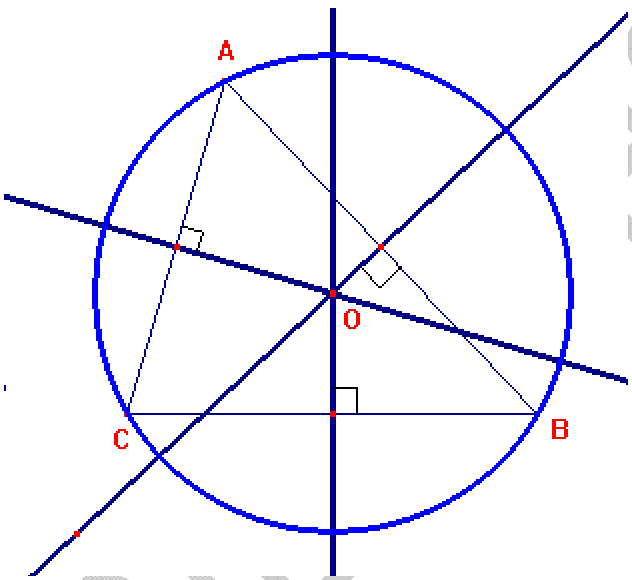
2) Définition :

Une médiatrice d'un triangle est une droite qui passe par le milieu d'un côté et perpendiculaire au support de ce côté.



3) Propriétés :

- ✓ *Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes.*
- ✓ *Leur point de concours est le centre du cercle passant par les trois sommets du triangle.*
- ✓ *Ce cercle est appelé cercle circonscrit au triangle.*



Remarques:

- ✓ Quand le triangle a trois angles aigus, le centre du cercle circonscrit est à l'intérieur du triangle.
- ✓ Quand le triangle a un angle obtus, le centre du cercle circonscrit est à l'extérieur du triangle.
- ✓ Quand le triangle a un angle droit, le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.

IV. Hauteurs d'un triangle :

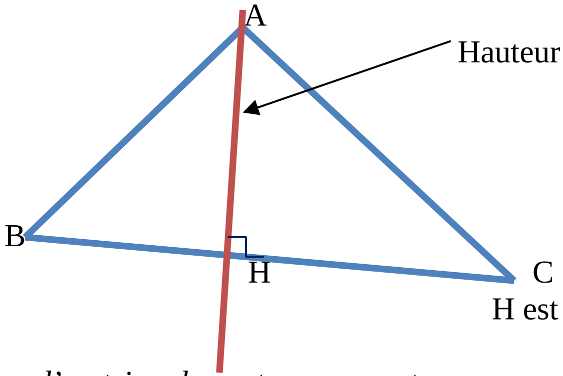
1) Activité :

a) Trace un triangle ABC et construis les hauteurs (D_1) issue de A et (D_2) issue de B qui se coupent en O.

b) Trace la hauteur (D_3) issue de C. Le point O appartient-il à la hauteur (D_3) ?

2) Définition :

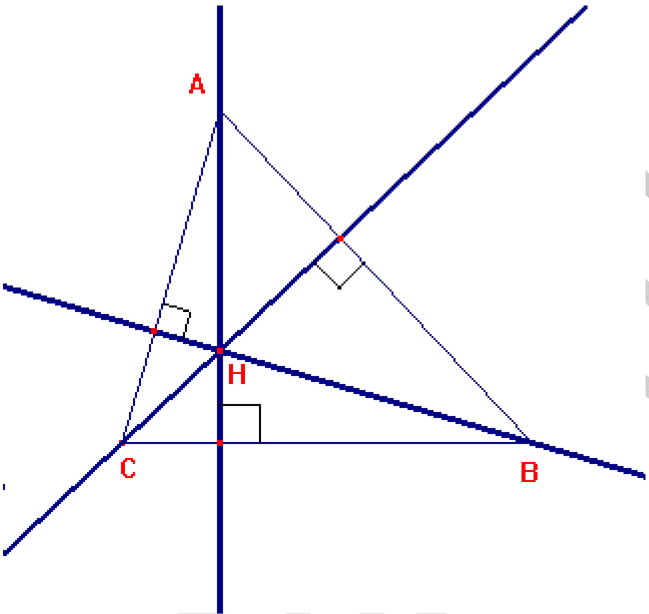
Une hauteur d'un triangle est une droite qui passe par un sommet du triangle et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.



H est le pied de la hauteur issue de A.

3) Propriétés :

- ✓ *Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.*
- ✓ *Le point de concours de ces trois hauteurs est appelé orthocentre du triangle.*



.

Remarques :

- ✓ Si un triangle a un angle obtus, alors l'orthocentre est à l'extérieur du triangle.
- ✓ Si un triangle est rectangle, alors l'orthocentre est le sommet de l'angle droit.
- ✓ Si les angles sont aigus, alors l'orthocentre est à l'intérieur du triangle.

V. Reconnaissance d'un triangle isocèle :

- ✓ *Si dans un triangle une* ***hauteur*** *est en même temps une* ***bissectrice****, alors ce triangle est isocèle.*
- ✓ *Si dans un triangle une* ***médiane*** *est en même temps une* ***bissectrice****, alors ce triangle est isocèle.*
- ✓ *Si dans un triangle une* ***médiatrice*** *est en même temps une* ***bissectrice****, alors ce triangle est isocèle.*

Remarques :

- ✓ Dans un triangle isocèle, l'axe de symétrie est à la fois la médiatrice de la base, la médiane, la hauteur et la bissectrice passant par le sommet principal.
- ✓ Dans un triangle équilatéral, le centre de gravité est à la fois le centre du cercle circonscrit, le centre du cercle inscrit et l'orthocentre.

CHAPITRE 4 : TRIANGLE RECTANGLE

Durée : 8 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Connaître le Théorème de Pythagore.
- Utiliser le Théorème de Pythagore pour des calculs de longueurs ou d'aires.
- Connaitre la relation : $AB \times AC = AH \times BC.$
- Utiliser pour des calculs de longueurs ou d'aires la relation : $AB \times AC = AH \times BC.$
- Connaître les théorèmes de reconnaissance d'un triangle est rectangle.
- Utiliser les théorèmes de reconnaissance pour démontrer qu'un triangle est rectangle.

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, *Histoire des mathématiques*, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973.

Programme de maths Octobre 2006, Guides pédagogiques 4ème, Guide d'usage 4ème, CIAM 4ème , Collection Excellence 4ème , Documents stagiaires, Maths 4ème Nathan, Maths 4ème Hatier Triangle, Maths 4ème Pythagore, Internet.

Matériel et supports didactiques :

-Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.

-Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons, une calculatrice.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Propriétés des triangles : angles complémentaires, angle droit, centre du cercle circonscrit, longueur de la médiane issue de l'angle droit.

Déroulement de la leçon :

I. Rappel :

1) **Définition :**

Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit.

2) **Propriétés :**

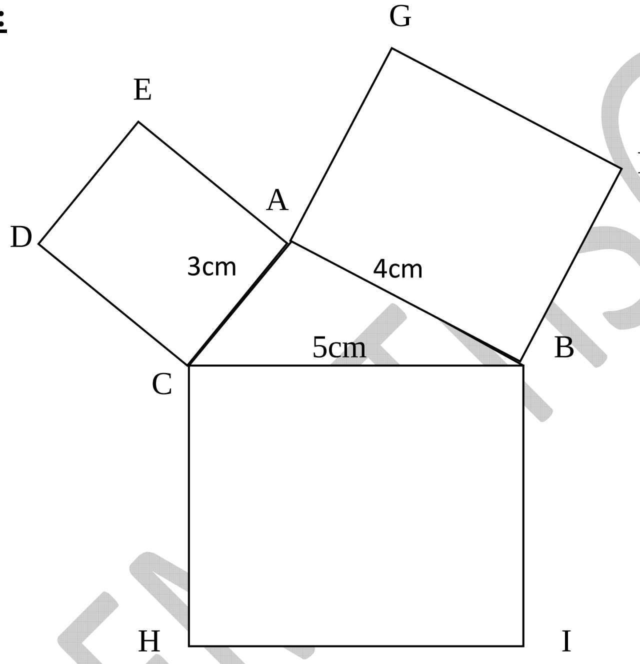
- ✓ *Les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires. Autrement dit, si ABC est un triangle rectangle en A, alors* $\hat{B}+\hat{C}=90°$.
- ✓ *Le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est le centre du cercle circonscrit à ce triangle.*
- ✓ *Le sommet de l'angle droit d'un triangle rectangle est l'orthocentre de ce triangle.*

3) **Calcul d'aire :**

Soit ABC un triangle rectangle en A, aire(ABC) = $\frac{AC\times AB}{2}=\frac{BC\times AH}{2}$ avec H le pied de la hauteur issue de A.

II. Théorème de Pythagore :

1) **Activité :**



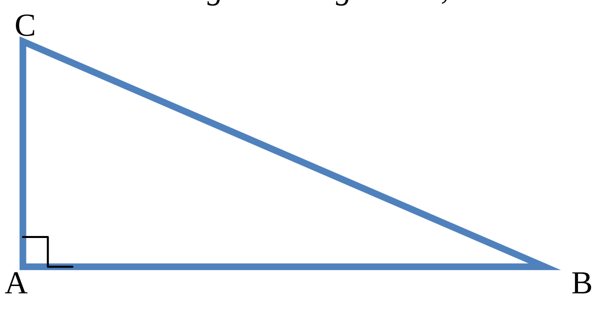
Chacune des figures ACDE, ABFG et BCHI est un carré

a) Calcule l'aire de chacun de ces carrés.
b) Compare l'aire BCHI à la somme des aires ACDE et ABFG.
c) Exprime l'aire ACDE à l'aide de AC, celle de ABFG à l'aide de AB et celle de BCHI à l'aide de BC.
d) Utilise les réponses des questions b) et c) pour établir une relation entre AB^2, AC^2 et BC^2.

2) **Théorème de Pythagore :**

Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

Autrement dit, si ABC est un triangle rectangle en A, alors $AB^2+AC^2=BC^2$.



3) Exercice d'application :

Dans le tableau ci-dessous AB, AC et BC représentent les mesures des longueurs en cm des côtés d'un triangle ABC rectangle B. Recopie et complète le tableau.

ABC	AB	AC	BC
1er Cas	8		6
2ème Cas		5	4
3ème Cas	1,5	2,5	

III. Relations métriques relatives à l'aire :

1) Activité :

a) Trace un triangle ABC rectangle en A. Soit [AH] la hauteur issue de A.
b) Exprime de deux façons différentes l'aire du triangle ABC.
c) Déduis-en une égalité.

Correction :

$$\left.\begin{array}{l} A_1(ABC) = \frac{AB\times AC}{2} \\ A_2(ABC) = \frac{BC\times AH}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow A_1(ABC) = A_2(ABC) \Leftrightarrow \frac{AB\times AC}{2} = \frac{BC\times AH}{2} \Rightarrow AB \times AC = BC \times AH$$

2) Propriété :

Dans un triangle rectangle, le produit des longueurs des côtés de l'angle droit est égal au produit de la longueur de l'hypoténuse et de la hauteur issue du sommet de l'angle droit.
Autrement dit, si ABC est un triangle rectangle en A et [AH] la hauteur issue de A, alors $AB \times AC = BC \times AH$.

3) Exercice d'application :

Soit ABC un triangle rectangle en A tels que : AB=3cm, AC=4cm et BC=5cm. [AH] la hauteur issue de A.

a) Fais la figure.
b) Calcule AH.

IV. Reconnaissance d'un triangle rectangle

1) Propriétés :

- ✓ *Si dans un triangle, la somme des carrés des deux côtés est égal au carré du troisième côté, alors ce triangle est rectangle.*

Autrement dit, ABC étant un triangle, si $AB^2+AC^2=BC^2$*, alors il est rectangle en A.*
Cette propriété est la **réciproque du théorème de Pythagore**.

- ✓ *Si dans un triangle, le produit des longueurs de deux côtés est égal au produit de la longueur du troisième côté et de la longueur de la hauteur issue du sommet opposé à ce troisième côté, alors ce triangle est rectangle.*

Autrement dit, si ABC est un triangle, H le pied de la hauteur issue de A et si $AB \times AC = BC \times AH$*, alors ce triangle est rectangle en A.*

2) Reconnaissance d'un triangle rectangle par les angles :

Si un triangle a deux angles complémentaires, alors ce triangle est rectangle.

3) Reconnaissance d'un triangle rectangle par le cercle :

Si un triangle est inscrit dans un cercle et un des côtés de ce triangle est un diamètre du cercle, alors ce triangle est rectangle.
Autrement dit, si AB est un diamètre et M un point du cercle distinct de A et B, alors ABM est un triangle rectangle en M.

4) Exercice d'application :

On donne les triangles suivants :
FGH tels que FG=6cm, HF= 8cm et HG=10cm.
ABC tels que AB=7cm, AC= 9cm et BC= 12cm.

a) Ces triangles sont-ils rectangles ? Justifie les réponses.
b) Si oui, calcule une hauteur pour chacun.

CHAPITRE 5 : TANSLATIONS ET VECTEURS

Durée : 8 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Construire l'image par une translation : d'un point ; d'une droite ; d'une demi-droite, d'un angle ; d'un segment, d'un triangle ; d'un cercle.
- Reconnaître une translation dans une configuration
- Connaître les propriétés d'une translation
- Utiliser les propriétés d'une translation pour justifier : l'alignement de 3 points, une égalité de distances, une égalité d'angles, le parallélisme de droites, la perpendicularité de droites, l'égalité de deux vecteurs
- Utiliser l'égalité de deux vecteurs pour justifier : une égalité de distances et le parallélisme de droites.
- Construire le point B tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{u}$, le vecteur $\overrightarrow{u}$ et le point A étant donnés.
- Utiliser l'égalité de deux vecteurs pour montrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme
- Utiliser l'égalité de deux vecteurs pour justifier qu'un point est le milieu d'un segment

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, *Histoire des mathématiques*, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973.
Programme de maths Octobre 2006, Guides pédagogiques 4ème, Guide d'usage 4ème, CIAM 4ème , Collection Excellence 4ème , Documents stagiaires, Maths 4ème Nathan, Maths 4ème Hatier Triangle, Maths 4ème Pythagore, Internet.

Matériel et supports didactiques :

-Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.
-Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons, une calculatrice.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Parallélogramme et ses caractéristiques ; sens d'une demi-droite ; Parallélisme ; Longueur d'un segment.

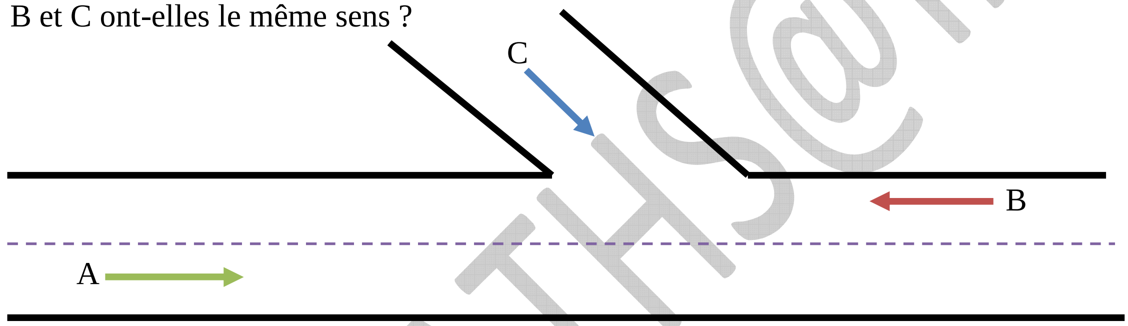
Déroulement de la leçon :

I. Droites parallèles : notion de direction et de sens :

1) Activité :

Dans ces routes suivantes, roulent trois voitures A, B et C.

a) A et B ont-elles la même la direction ?
b) A et C ont-elles la même la direction ?
c) B et C ont-elles la même la direction ?
d) A et B ont-elles le même sens ?
e) A et C ont-elles le même sens ?
f) B et C ont-elles le même sens ?



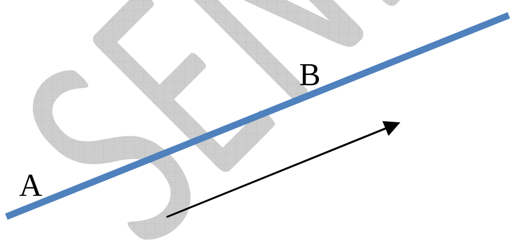
2) Définitions :

- ✓ *Lorsque deux droites sont parallèles, on dit qu'elles ont la même* ***direction*****.**
- ✓ *Une droite (AB) détermine une direction et chaque droite parallèle à (AB), a la même direction que (AB).*

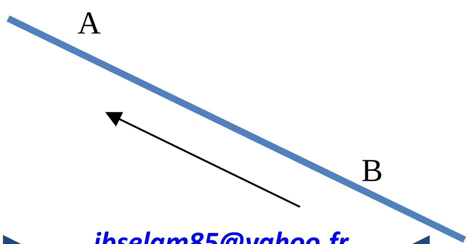
3) Sens sur une direction :

Une direction étant déterminée par la donnée d'une droite (AB), il y a deux **sens** de parcours pour cette direction :

- ✓ Le sens de A vers B, on dira que c'est le couple (A ; B) ;



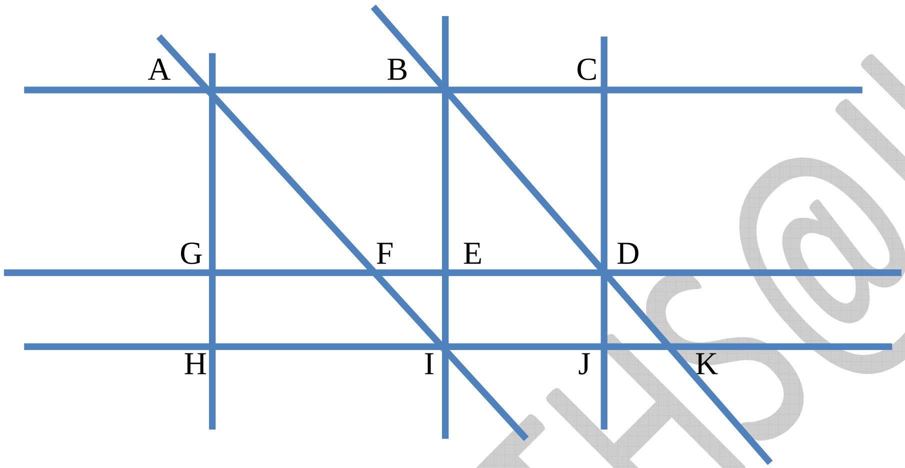
- ✓ Le sens de B vers A, on dira que c'est le couple (B ; A).



4) Exercice d'application :

Sur la figure codée ci-dessous, ABDF est un parallélogramme.

a) Cite deux droites ayant la même direction : (BC) ; (GF) ; (CD).
b) Cite trois couples ayant le même sens que : (A ; C) ; (B ; E) ; (K ; D).



II. Translations :

1) Activité :

a) Construis trois points A, B et M non alignés.
b) Construis le point M' tels que :

- (AB) et (MM') soient parallèles ;
- [AB) et [MM') ont le même sens ;
- AB = MM'.

c) Quelle est la nature du quadrilatère ABM'M ?

2) Définitions :

Soient A et B deux points distincts du plan.

Dire que M' est l'image de M par la translation qui « amène » A en B, signifie que :

- ✓ *Les droites (AB) et (MM') sont parallèles ;*
- ✓ *Les segments [AB] et [MM'] ont la même longueur ;*
- ✓ *Les demi-droites [AB) et [MM') ont le même sens.*

Le quadrilatère ABM'M est alors un parallélogramme.

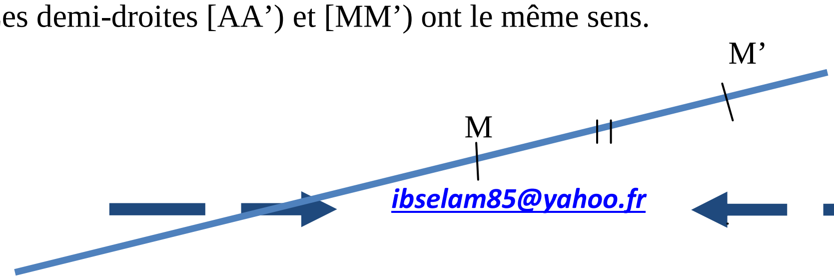
3) Notation :

Si on note ***t*** la translation qui transforme A en B, alors on note : t(M)=M' et on lit : « l'image de M par la translation ***t*** est M' »

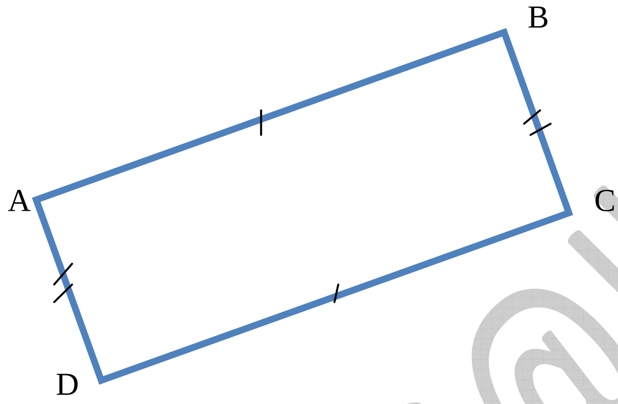
Remarques :

❖ Si M est un point de la droite (AA'), alors M' est un point de la droite (AA') tels que :

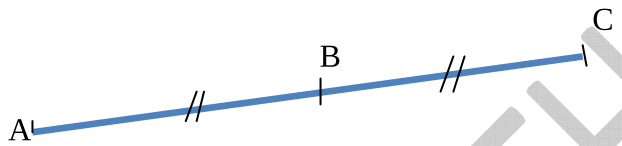
- ✓ MM'=AA'.
- ✓ Les demi-droites [AA') et [MM') ont le même sens.



❖ Si ABCD est un parallélogramme, alors l'image de D par la translation qui transforme A en B est le point C.



❖ Si par une translation ***t,*** on a : t(A) = B et t(B) = C, alors B est le milieu de [AC].

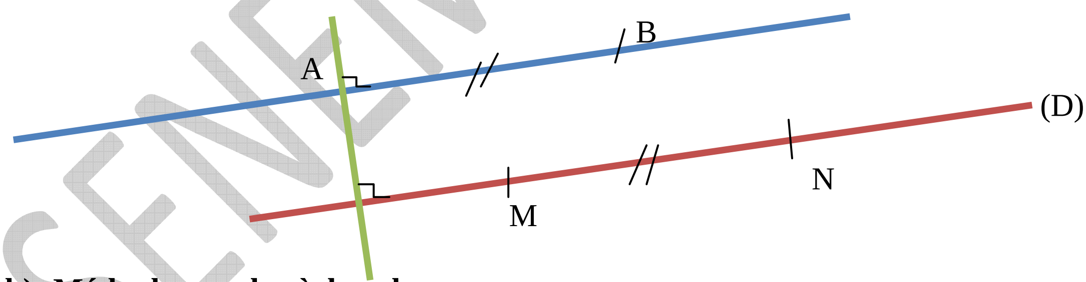


4) <u>Procédure de construction:</u>

a) <u>Méthode avec la règle, l'équerre et le compas :</u>

Pour construire l'image N d'un point M, on peut :

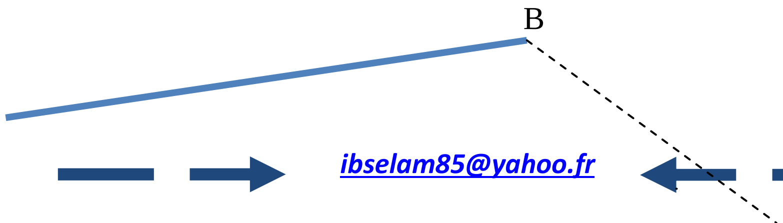
- ✓ Tracer la droite (AB), puis la droite (D), parallèle à (AB) passant par M ;
- ✓ Mesurer le segment [AB] à l'aide du compas ;
- ✓ Porter la pointe du compas sur M, puis marquer le point N sur la droite (D) dans le sens du déplacement de A vers B.

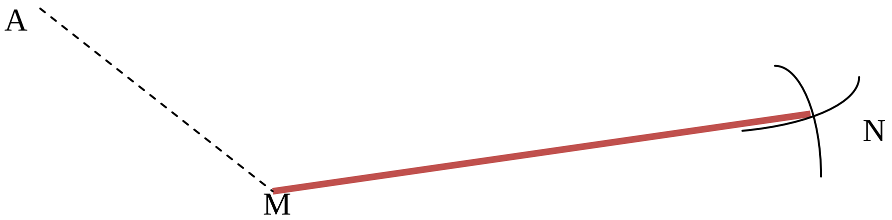


b) <u>Méthode avec la règle et le compas :</u>

Pour construire l'image N d'un point M, on peut :

- ✓ Mesurer avec le compas le segment [AB] ;
- ✓ Tracer un arc de cercle de centre M et de rayon AB (cet arc et le point M doivent être situés du même côté par rapport à la droite (AM)) ;
- ✓ Mesurer au compas le segment [AM] ;
- ✓ Construire un arc de cercle de centre B et de rayon AM (cet arc et le point M doivent être situés du même côté par rapport à la droite (AB). Ces deux arcs de cercles se coupent en N.





5) Exercice d'application :

a) Marque deux points I et J, puis un point L en dehors de la droite (IJ).

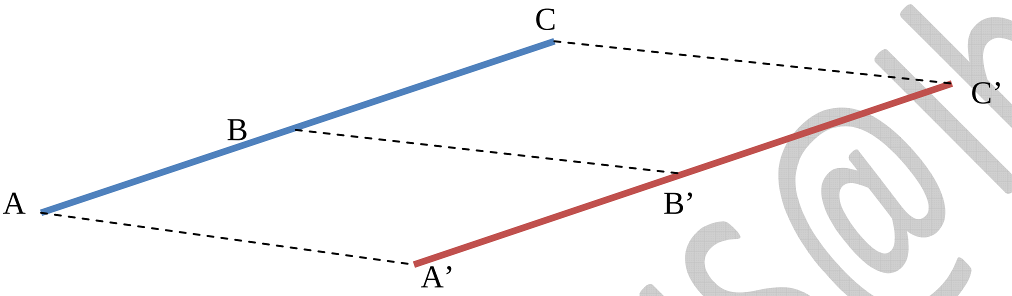
b) Construis l'image L' de L par la translation qui transforme I en J.

III. Propriétés de la translation :

1) Propriété 1 :

Lorsque trois points sont alignés, leurs images sont trois points alignés.

La translation conserve l'alignement des points.



2) Propriété 2:

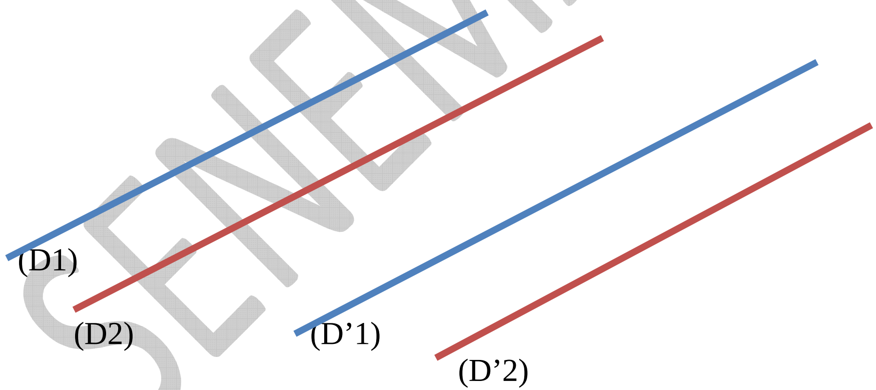
L'image d'un segment est un segment de même longueur.

La translation conserve la distance.

3) Propriétés 3 :

- ✓ L'image d'une demi-droite est une demi-droite de même sens.
- ✓ L'image d'une droite est une droite qui lui est parallèle.
- ✓ Lorsque deux droites sont parallèles, leurs images sont des droites parallèles.

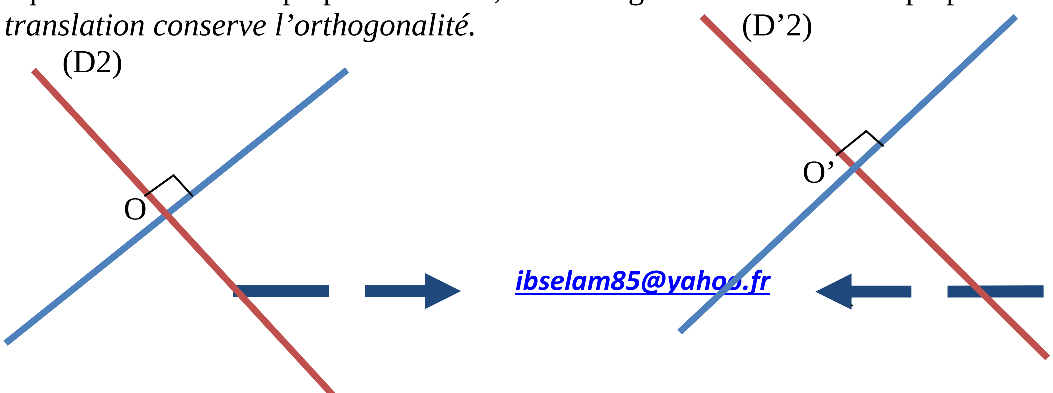
La translation conserve le parallélisme des droites.



4) Propriété 4 :

Lorsque des droites sont perpendiculaires, leurs images sont deux droites perpendiculaires.

La translation conserve l'orthogonalité.

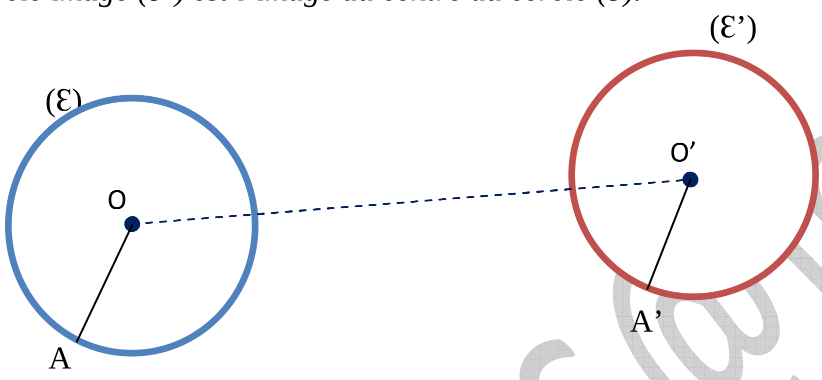


ibselam85@yahoo.fr

(D1) (D'1)

5) Propriété 5 :

L'image d'un cercle (Ɛ) est un cercle (Ɛ') de même rayon.
Le centre du cercle image (Ɛ') est l'image du centre du cercle (Ɛ).



6) Autres propriétés :

Nous avons constaté sur les constructions précédentes que :

- ✓ *La translation conserve les angles et les aires.*
- ✓ *L'image du milieu d'un segment obtenu par une translation est le milieu du segment image.*

IV. Vecteurs :

1) Notion de vecteur :

t	
A	A'
B	B'
C	C'

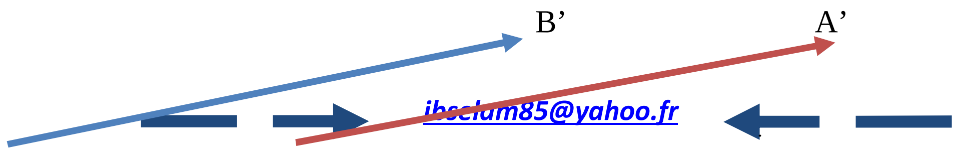
A et A' sont deux points du plan. ***t*** est la translation qui applique A sur A'.
Les points A et A' ; B et B' ; C et C' déterminent :

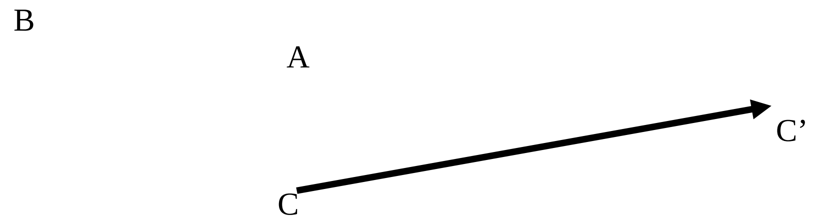
- ✓ Une même direction ;
- ✓ Un même sens ;
- ✓ Une même longueur.

On dit que les points A et A' ; B et B' ; C et C' définissent un même ***vecteur***.
Ce vecteur a :

- ✓ Pour direction, celle de la droite (AA') ;
- ✓ Pour sens, celui du couple (A ; A') ;
- ✓ Pour longueur, celle du segment [AA'].

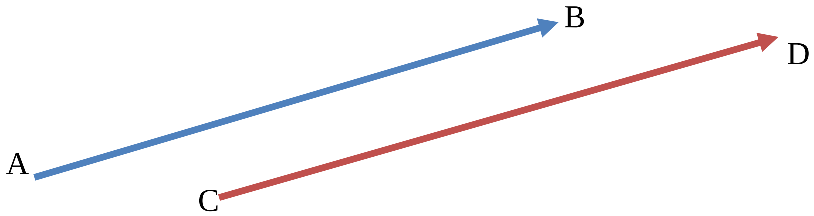
Ce vecteur est noté indifféremment : $\overrightarrow{AA'}$; $\overrightarrow{BB'}$; $\overrightarrow{CC'}$; …
Lorsque les points A et A' sont confondus, le vecteur $\overrightarrow{AA'}$ est dit ***vecteur nul*** et est noté $\overrightarrow{0'}$. Il est donc de longueur nulle et il n'a ni sens, ni direction.





2) **<u>Propriété1 :</u>**

Deux vecteurs sont égaux s'ils ont la même direction, le même sens et la même longueur.



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux. On note $\overrightarrow{AB}= \overrightarrow{CD}$.

3) **<u>Propriété2 :</u>**

Etant donnés un vecteur $\vec{U}$ et un point du plan, il existe un point B et un seul tel que $\overrightarrow{AB}= \vec{U}$.

<u>Justification :</u>

- ✓ Si N est l'image de M dans la translation qui transforme A en B, alors $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}$.
- ✓ Si $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}$, alors N est l'image de M par la translation qui transforme A en B.

V. <u>Parallélogramme et vecteur :</u>

1) **<u>Activité :</u>**

Construis un parallélogramme SENA.

a) Justifie que : $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{ES}$ et $\overrightarrow{AS} = \overrightarrow{NE}$.
b) Marque le point F tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{ES}$.
c) Déduis-en la nature du quadrilatère FAES.

2) **<u>Propriétés :</u>**

- ✓ *Si le quadrilatère ABCD est un parallélogramme, alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.*
- ✓ *Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et A, B et C sont non alignés, alors ABCD est un parallélogramme.*

<u>Conséquence :</u>

Pour démontrer que les droites (AB) et (DC) sont parallèles ou que les distances AB et CD sont égales, il suffit de prouver que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

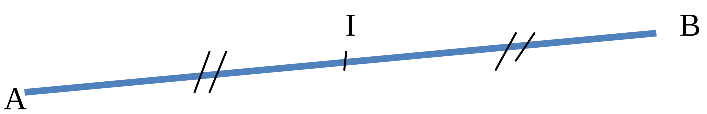
3) **<u>Exercice d'application :</u>**

a) Marque trois points non alignés O, R et T. Construis le point S tel que $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{TS}$.
b) Prouve que les droites (OR) et (TS) sont parallèles et que les segments [OR] et [TS] ont même longueur.

VI. <u>Milieu d'un segment et vecteur :</u>

1) **<u>Propriétés :</u>**

- ✓ *Si un point I est milieu d'un segment [AB], alors $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$.*
- ✓ *Si des points I, A et B sont tels que $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$, alors I est le milieu du segment [AB].*



2) **<u>Exercice d'application :</u>**

On donne un triangle ABC.

a) Construis les points M, N et E tels que : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CA}$; $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{MB}$; $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{MB}$.
b) Démontre que les droites (EN) et (AB) sont parallèles, ainsi que les droites (CE) et (AB).
c) Démontre que E est le milieu de [CN].

CHAPITRE 6 : ROTATIONS ET POLYGONES REGULIERS

Durée : 6 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Reconnaître un angle au centre
- Reconnaître l'arc intercepté par un angle au centre.
- Trouver la longueur d'un arc de cercle connaissant le rayon et la mesure de l'angle au centre qui l'intercepte
- Déterminer une rotation dans des cas simples (triangle isocèle, triangle équilatéral, carré...).
- Construire l'image d'un point par une rotation.
- Connaître les propriétés de la rotation.
- Utiliser les propriétés de la rotation pour : comparer des longueurs, démontrer l'alignement de 3 points,
  comparer des angles, comparer des aires, démontrer le parallélisme de deux droites et démontrer l'orthogonalité de deux droites.
- Connaître et utiliser les propriétés de la rotation pour : Comparer des longueurs
  Démontrer l'alignement de trois points
- Connaître et utiliser les propriétés de la rotation pour démontrer le parallélisme et l'orthogonalité de droites
- Reconnaître un polygone régulier.
- Construire un polygone régulier rapporteur et du compas.
- Utiliser une rotation de centre O et d'angle $\frac{360°}{n}$ pour construire un polygone régulier de centre O à n côtés.
- Caractériser le cercle inscrit dans un polygone régulier.
- Caractériser le cercle circonscrit à un polygone régulier
- Connaître les éléments de symétrie d'un polygone régulier.

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, *Histoire des mathématiques*, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973.

Programme de maths Octobre 2006, Guides pédagogiques 4ème, Guide d'usage 4ème, CIAM 4ème , Collection Excellence 4ème , Documents stagiaires, Maths 4ème Nathan, Maths 4ème Hatier Triangle, Maths 4ème Pythagore, Internet.

Matériel et supports didactiques :

-Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.

-Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons, une calculatrice.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Report d'angle et de longueur ; Polygones et cercles.

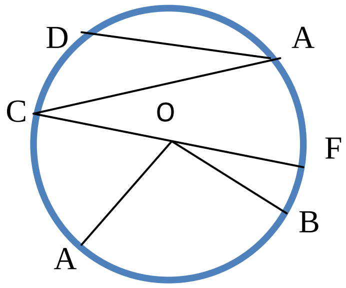
Déroulement de la leçon :

I. Angle au centre :

1) Activité :

Sur ce dessin, (Ɛ) est un cercle de centre O.

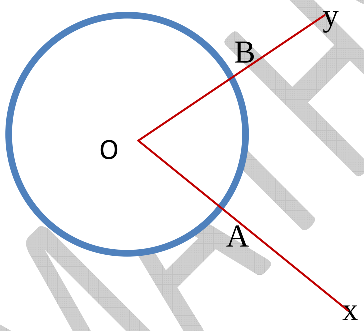
a) Reproduis ce dessin, puis indique en couleur l'arc $\widehat{AB}$.
b) Que représente le sommet de l'angle $\widehat{AOB}$?
c) Quels sont les angles qui se trouvent au centre du cercle ?



2) Définitions :

On appelle angle au centre d'un cercle, un angle qui a pour sommet le centre du cercle.

Exemple :



$x\widehat{O}y$ est un angle au centre.
L'arc de cercle de $\widehat{AB}$ est dit arc intercepté par l'angle au centre $x\widehat{O}y$.

3) Longueur d'un arc de cercle :

La longueur d'un arc est proportionnelle à l'angle au centre qui l'intercepte.
La longueur L d'un arc de cercle de centre O et de rayon R dont l'angle au centre est de mesure α en degrés est **:** $\boldsymbol{L = \frac{\alpha\pi}{180} \times R}$**.**

Remarque :

Si la mesure α la mesure de l'angle au centre est donnée en radians, la mesure L de l'arc intercepté par cet angle au centre est : $\boldsymbol{L = R \times \alpha}$**.**

4) Exercice d'application :

a) Construis un cercle de centre O et de rayon 4cm, puis l'angle $\widehat{AOB}$ qui mesure 65°.
b) Calcule la longueur de l'arc $\widehat{AB}$ sachant que π=3,14.

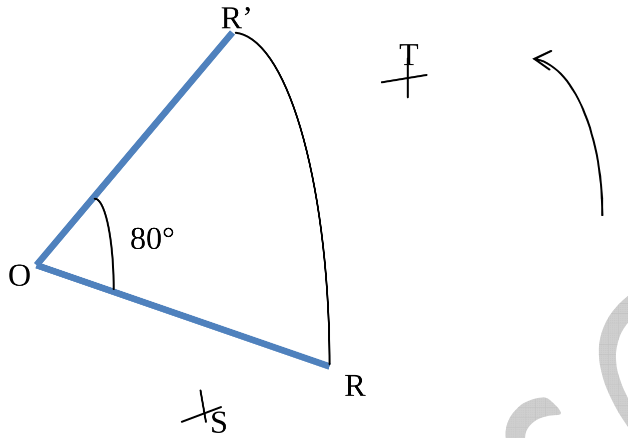
II. Rotation :

1) Activité :

Sur la figure ci-dessous, le point R a tourné autour de O d'un angle de 80° dans le sens indiqué.

a) Trace le cercle de centre O et de rayon OT et marque le point B' tel que $\widehat{TOT'} = \widehat{ROR'}$ et tel que le sens de déplacement vers T' soit de même que celui de R vers R'. Que devient le point T lorsque R devient R' ?

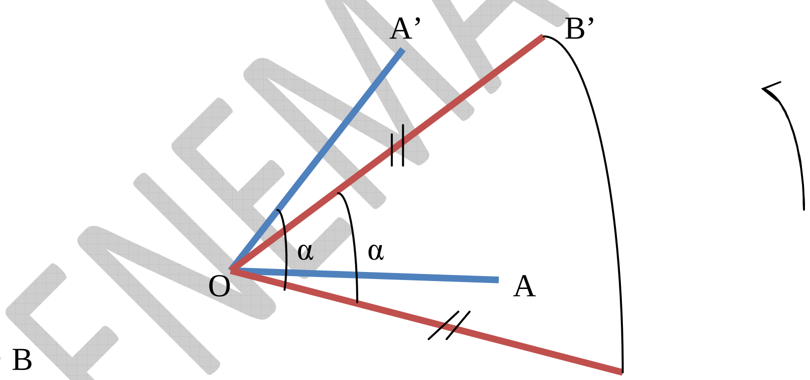
b) Construis de même le point S' tel que S devient S'.



2) Définitions :

On donne trois points distincts O, A et A' tels que OA= OA' et on fixe un sens à la rotation.
Dire que le point B' est l'image d'un point B par la rotation de centre O qui transforme A en A' dans le sens indiqué signifie que :

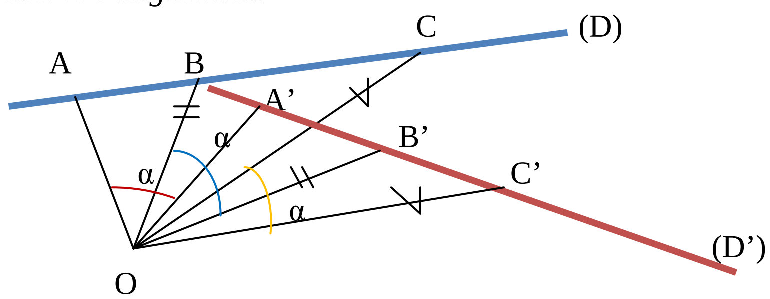
- ✓ *OB=OB' ;*
- ✓ $\widehat{BOB'} = \widehat{AOA'}$ *;*
- ✓ *Le sens de déplacement de B vers B' est celui de A vers A'.*



3) Propriétés :

- ✓ Lorsque des points sont alignés, leurs images sont des points alignés. L'image d'une droite est une droite.

La rotation conserve l'alignement.



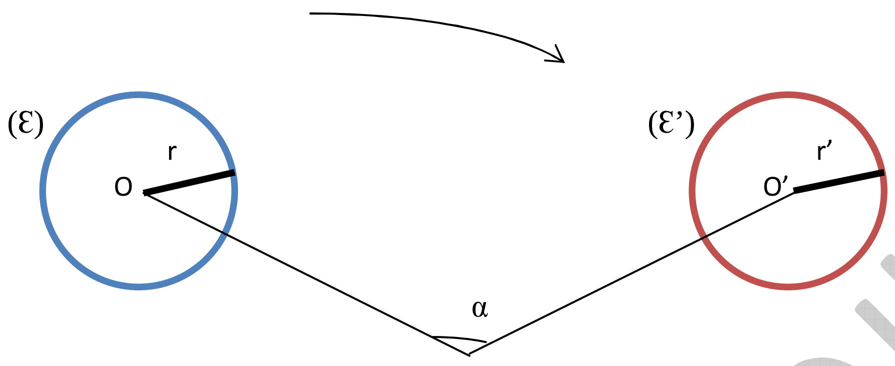
ibselam85@yahoo.fr

A’, B’, C’ sont les images des points A, B et C.
L’image de la droite (D) est la droite (D’).

- ✓ L’image d’un segment [AB] est un segment [A’B’] de même longueur.

La rotation conserve la distance.

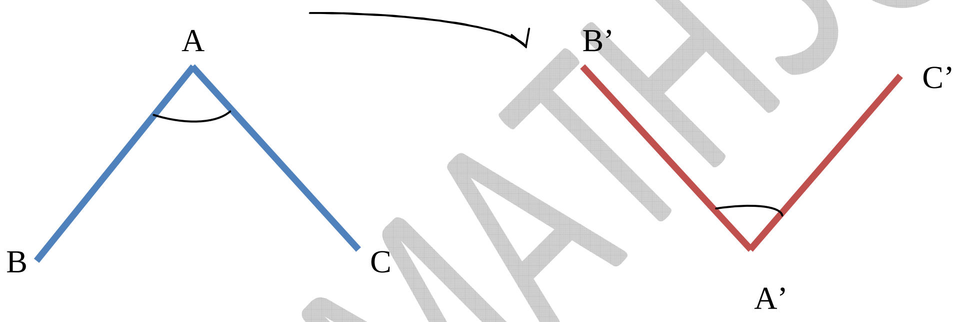
- ✓ L’image d’un cercle de centre O et de rayon r est le cercle de centre O’ et de rayon r’ avec r= r’.



(Ɛ’) est l’image de (Ɛ) par la rotation qui transforme O en O’.

- ✓ Si A, B et C sont trois points non alignés d’images respectives A’, B’ et C’, alors les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{B'A'C'}$ ont même mesure.

La rotation conserve les angles.



Les points A’, B’, C’ sont les images des points A, B et C.
On a : $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$.

- ✓ Lorsque deux droites (D1) et (D2) sont parallèles, leurs images sont deux droites (D’1) et (D’2) parallèles.

La rotation conserve le parallélisme.

- ✓ Lorsque deux droites (D1) et (D2) sont perpendiculaires, leurs images sont deux droites (D’1) et (D’2) perpendiculaires.

La rotation conserve l’orthogonalité.

- ✓ Lorsqu’une figure (F) a pour image une figure (F’), alors elles ont la même aire.

La rotation conserve les aires.

4) <u>Exercice d’application :</u>

SOL est un triangle isocèle en S et P un point extérieur au triangle. I est le milieu de [LO] et H est l’orthocentre de SOL.

a) Construis le triangle S’O’L’ image de SOL par la rotation de centre P, d’angle de mesure 50° dans le sens contraire des aiguilles d’une montre.
b) Construis à l’aide de la rotation le milieu I’ de [L’O’] et l’orthocentre H’ de S’O’L’.

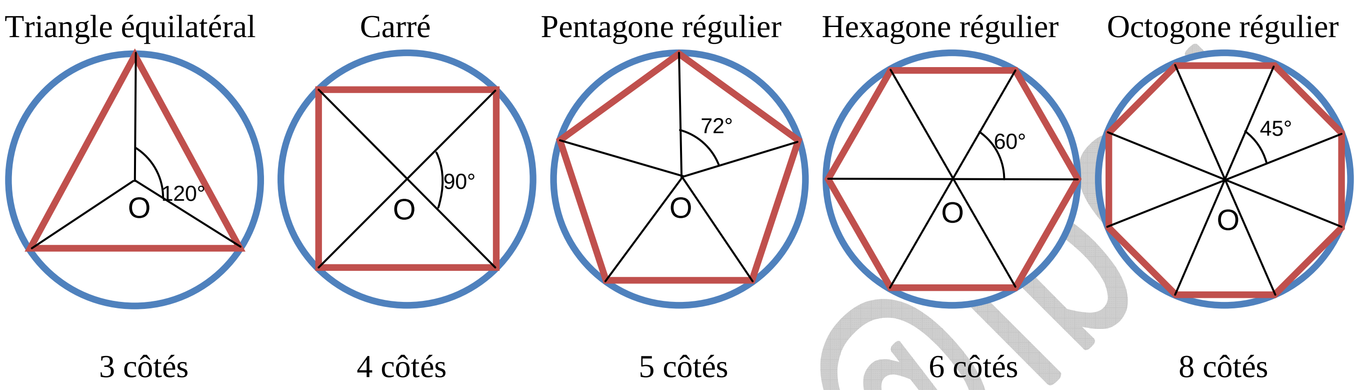
III. Polygones réguliers

1) Définition :

Un polygone qui a tous ses côtés de même longueur et tous ses angles de même mesure est un polygone régulier

Autrement dit, un polygone régulier est un polygone inscrit dans un cercle dont tous les côtés ont la même longueur.

Exemples :



Autres exemples :

9 côtés est un Ennéagone régulier et 10 côtés est un Décagone régulier.

2) Propriétés :

- ✓ *Tout polygone régulier admet un cercle circonscrit : le centre de cercle est appelé centre du polygone et le rayon de ce cercle est la distance du centre à un sommet du polygone.*
- ✓ *Tout polygone régulier admet un cercle inscrit : son centre est le centre du polygone, son rayon est la distance du centre à un des côtés du polygone.*
- ✓ *Tout polygone régulier à n côtés est globalement invariant dans une rotation d'angle* $\frac{360°}{n}$.
- ✓ *Chaque médiatrice d'un côté d'un polygone régulier est un axe de symétrie de ce polygone.*

3) Exercice d'application :

On donne un cercle de centre O et un point A de ce cercle.

a) Trace la tangente (D) au cercle passant par A.

b) On note B l'image de A par la rotation r , de centre O et d'angle 90°. Construis la droite (D') image de (D) par r.

c) Soit C le point d'intersection de (D) et (D'). Montre que OACB est un carré.

ibselam85@yahoo.fr

CHAPITRE 7: PROJECTION ORTHOGONALE DANS LE PLAN

Durée : 4 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Construire l'image par une projection orthogonale d'un point.
- Construire l'image par une projection orthogonale d'un segment.
- Connaître la propriété b)
- Utiliser la propriété b) dans la résolution de problèmes.
- Déterminer les coordonnées du milieu d'un segment connaissant celles de ses extrémités dans un repère orthonormal
- Utiliser dans un repère orthonormal la formule $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$ pour : calculer des carrés de longueurs et des longueurs, démontrer qu'un triangle est rectangle

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, *Histoire des mathématiques*, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973.

Programme de maths Octobre 2006, Guides pédagogiques 4ème, Guide d'usage 4ème, CIAM 4ème , Collection Excellence 4ème , Documents stagiaires, Maths 4ème Nathan, Maths 4ème Hatier Triangle, Maths 4ème Pythagore, Internet.

Matériel et supports didactiques :

-Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.

-Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons, une calculatrice.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Théorèmes sur la droite des milieux ; triangle rectangle et hypoténuse ; repérage sur la droite et dans le plan ; proportionnalité.

Déroulement de la leçon :

I. Définition et procédure de construction :

1) Activité :

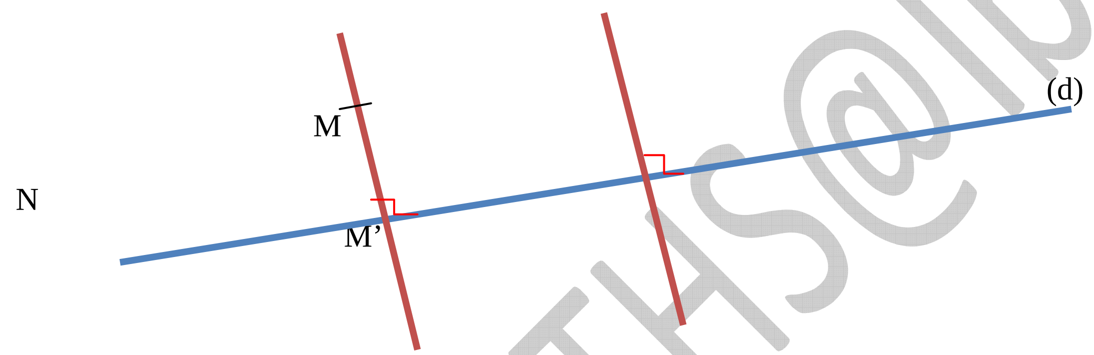
a) Trace une droite (d) et marque un point A sur (d) et un point B hors de (d).
b) Construis la perpendiculaire à (d) passant respectivement par A, puis par B.
c) Nomme le pied de la perpendiculaire à (d) passant par B.

2) Définition :

Le projeté orthogonal d'un point sur une droite est le pied de la perpendiculaire à cette droite passant par ce point.

Remarque :
Si le point est sur la droite, alors son projeté orthogonal est lui-même.

Exemple :
Le projeté orthogonal d'un point M sur une droite (d) est le pied de la perpendiculaire à (d) passant par M
Si M est sur (d), alors il est son propre projeté orthogonal sur (d).



M' est le projeté orthogonal de M sur (d). N est son propre projeté orthogonal sur (d).

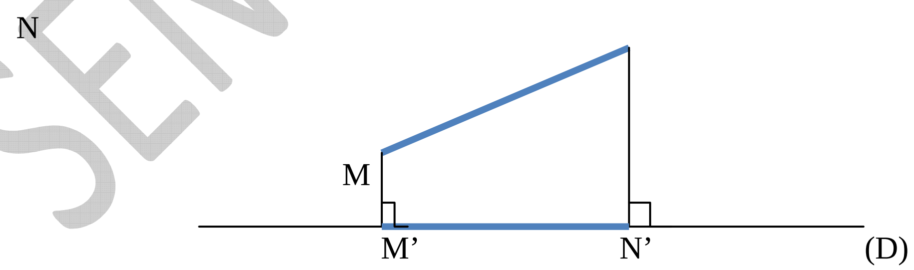
II. Projeté d'un segment :

1) Activité :

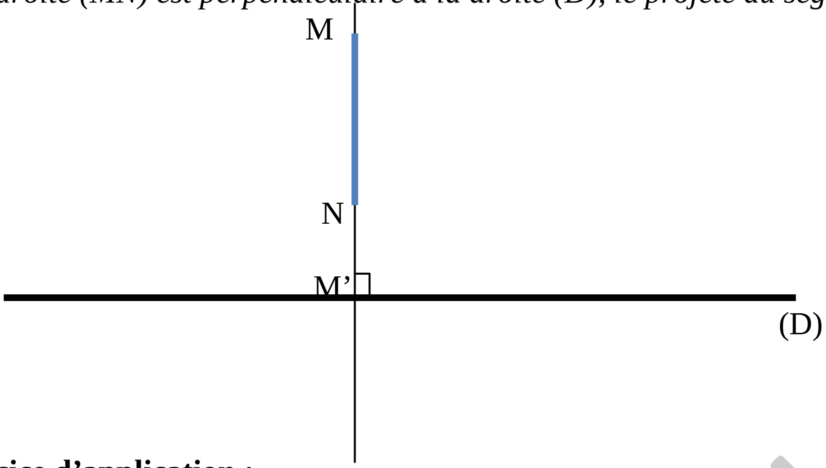
A et B sont deux points situés dans un même demi-plan de frontière la droite (d).
a) Construis les points F et G projetés orthogonaux respectifs de A et B sur (d).
b) Soit E un point du segment [FG] ; trace le segment [AB], puis construis le point C de [AB] dont le point E est le projeté orthogonal sur (d).

2) Définition et exemples :

- ✓ *Le projeté orthogonal d'un segment sur une droite est un segment.*
- ✓ *Le projeté d'un segment [MN] est un segment [M'N'].*

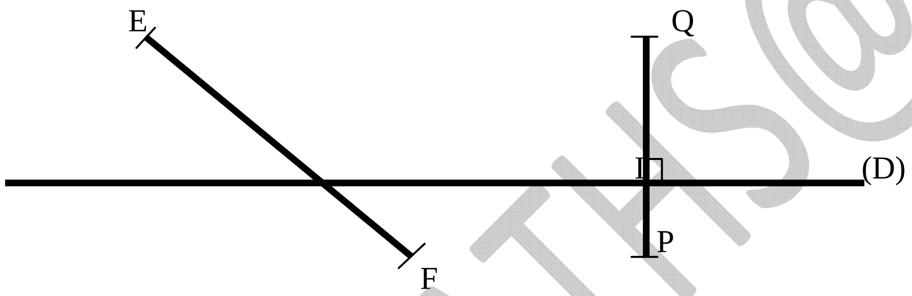


- ✓ *Si la droite (MN) est perpendiculaire à la droite (D), le projeté du segment [MN] est le point M'.*



3) <u>Exercice d'application :</u>

a) Reproduis la figure ci-dessous.
b) Construis le segment [KJ] projeté orthogonal du segment [EF] sur (D).
c) Construis le segment [RS] projeté orthogonal de [PQ] sur la droite (EF).



III. <u>Projeté du milieu d'un segment :</u>

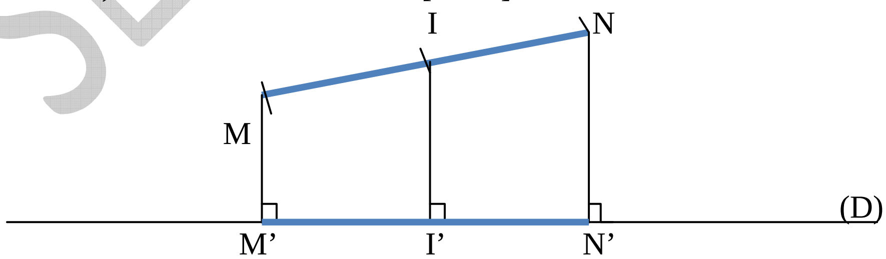
1) <u>Activité :</u>

Soit une droite (D) du plan et un point M n'appartenant pas à cette droite. Soit un point N situé en dehors de (D).

a) Place le milieu I du segment [MN].
b) Construis les projetés orthogonaux de M, N et I notés respectivement M', N' et I'.
c) Quel est le milieu du segment [M'N'].

2) <u>Propriété :</u>

Si M et N sont deux points, I le milieu du segment [MN], M', N' les projetés orthogonaux respectifs de M et N sur une droite (D), alors le point I' projeté orthogonal de I sur (D) est le milieu du segment [M'N']. On dit que la projection orthogonale conserve le milieu.
Autrement dit, si [M'N'] est le projeté orthogonal de [MN], I le milieu de [MN], et I' le projeté orthogonal de I, alors I' est le milieu de [M'N']



3) Exercice d'application :

a) Trace un parallélogramme ABCD de centre O, puis construis I et L projetés orthogonaux respectifs de A et C sur la droite (BD).

b) Montre que O est le milieu du segment [IL].

c) Construis M et N projetés orthogonaux respectifs de B et D sur (AC).

d) Montre que O est le milieu de [MN].

e) Détermine la nature du quadrilatère IMLN.

IV. Coordonnées du milieu d'un segment :

1) Propriété :

Si dans un repère orthonormal, on donne deux points A et B de coordonnées **$(x_A ; y_A)$** et **$(x_B ; y_B)$,** alors les coordonnées du milieu I du segment [AB] sont x_i et y_i avec **$x_i = \frac{x_A+x_B}{2}$ et $y_i = \frac{y_A+y_B}{2}$.**

2) Exercice d'application :

Dans un repère orthonormal d'origine O, on donne les points S(2 ; −6) ; A(3 ; 7) ; M(−8 ; 3) et P(7 ; 16).
Détermine les coordonnées des milieux des segments [SP] ; [AM] ; [SA] et [MP].

V. Carré de la distance de deux points :

1) Propriété :

Si on donne deux points A et B de coordonnées respectifs (x ; y) et (x' ; yssdex') dans un repère orthonormal du plan, alors le carré de la distance AB est : $AB^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2$.

2) Exercice d'application :

Dans un repère orthonormal, on donne les points F(4 ; −3) ; G(−2 ; 0,5) et H(5 ; −4).
Calcule FG^2 ; GH^2 et FH^2.

CHAPITRE 8 : GEOMETRIE DANS L'ESPACE

Durée : 12 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Connaître le vocabulaire : droites coplanaires, droites non coplanaires
- Coder un angle droit dans l'espace.
- Reconnaître deux droites orthogonales.
- Reconnaître sur des solides simples une droite perpendiculaire à un plan.
- Représenter une droite perpendiculaire à un plan.
- Reconnaître sur des solides simples deux plans parallèles.
- Représenter deux plans parallèles.
- Calculer le rayon du cercle intersection d'une sphère et d'un plan.

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, *Histoire des mathématiques*, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973.

Programme de maths Octobre 2006, Guides pédagogiques 4ème, Guide d'usage 4ème, CIAM 4ème, Collection Excellence 4ème, Documents stagiaires, Maths 4ème Nathan, Maths 4ème Hatier Triangle, Maths 4ème Pythagore, Internet.

Matériel et supports didactiques :

-Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.

-Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons, une calculatrice.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

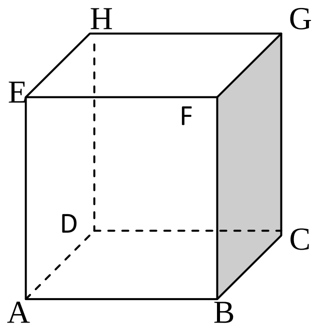
Description, vocabulaire, dessin, patron, aire et volume du : pavé droit, cylindre droit, prisme droit et sphère.

Déroulement de la leçon :

I. Positions relatives de deux droites dans l'espace :

1) Activité :

Sur ce dessin cubique :



a) Existe-t-il un plan contenant les droites (EG) et (HG) ? Si oui nomme-le.
b) Existe-t-il un plan contenant les droites (DC) et (AB) ? Si oui nomme-le.
c) Existe-t-il un plan contenant les droites (AB) et (HG) ? Si oui nomme-le.
d) Existe-t-il un plan contenant les droites (AB) et (CG) ? Si oui nomme-le.

2) Définitions :

Etant donné deux droites de l'espace (D) et (D').

- ✓ S'il existe un plan contenant les deux droites, on dit que (D) et (D') sont **coplanaires**.
- ✓ S'il n'existe pas un plan contenant les deux droites, on dit que (D) et (D') sont **non coplanaires**.

3) Droites orthogonaux dans l'espace :

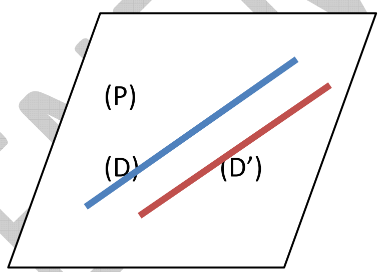
- ✓ Deux droites (D) et (D') sont dites orthogonales lorsque l'une est perpendiculaire à une droite parallèle à l'autre.
- ✓ Si une droite est perpendiculaire à un plan, alors elle est orthogonale à toute droite de ce plan.

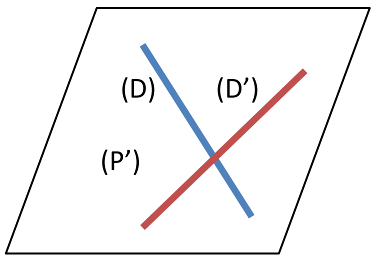
Remarque :

Dans l'espace deux droites orthogonales n'ont pas toujours un point commun, contrairement à deux droites perpendiculaires.

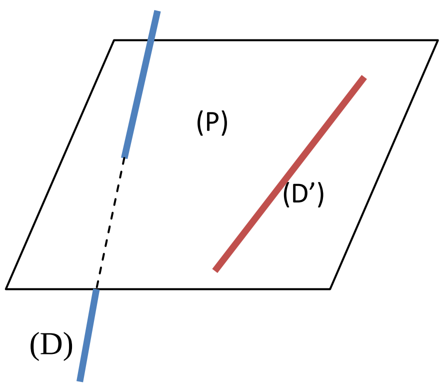
4) Propriétés :

- ✓ *Deux droites coplanaires sont soit parallèles, soit sécantes.*



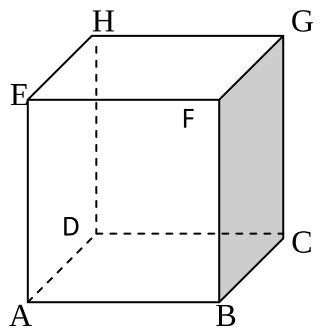


- ✓ *Deux droites qui ne sont ni parallèles, ni sécantes sont non coplanaires.*



5) Exercice d'application :

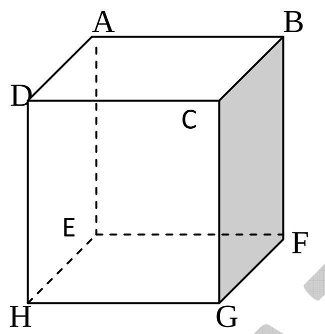
Sur la figure ci-dessous, les droites suivantes sont elles coplanaires ? (EG) et (AB) ; (AG) et (EC) ;(BC) et (EH) ;(DC) et (BF).



II. Position relative d'une droite et d'un plan dans l'espace :

1) Activité :

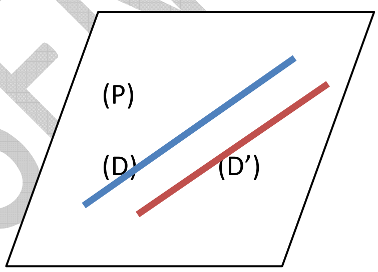
Soit le pavé droit nommé ABCDEFGH :



a) Justifie que (BF) est sécante à (EFG).
b) Quelle est la position de (BF) et (EF) ? Celle de (BF) et (FG) ?
c) Quelle est la position relative de (DH) par rapport au plan (EFG) ?
d) Quelle est la position relative de (CG) par rapport au plan (CGF) ?

2) Droite et plan parallèles :

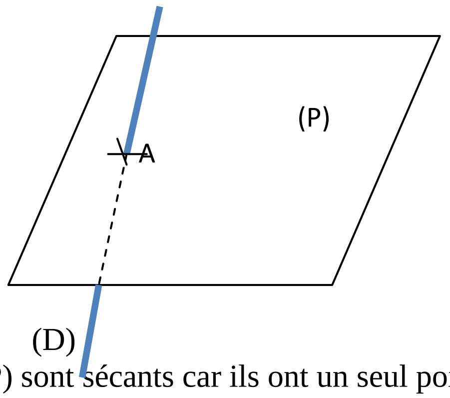
- ✓ Une droite et un plan sont parallèles lorsque la droite est incluse dans ce plan ou s'ils n'ont aucun point commun.
- ✓ Pour démontrer qu'une droite (D) est parallèle à un plan (P), il faut trouver une droite (D') contenue dans (P) et parallèle à (D).



Les droites (D) et (D') parallèles, car elles sont coplanaires et n'ont aucun point commun.

3) Droite et plan sécants :

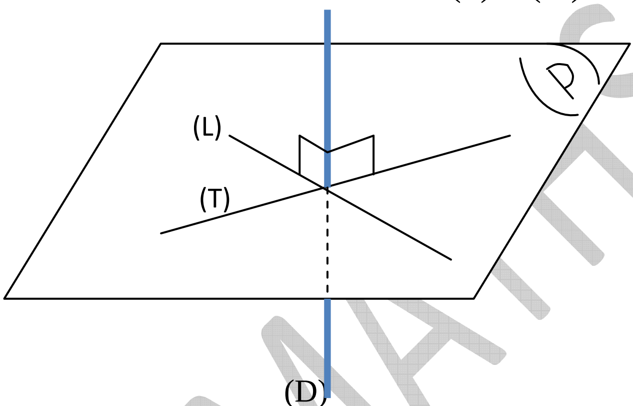
Une droite et un plan sont sécants lorsqu'ils ont un seul point d'intersection.



La droite (D) et le plan (P) sont sécants car ils ont un seul point commun A.

4) Droite et plan perpendiculaires :

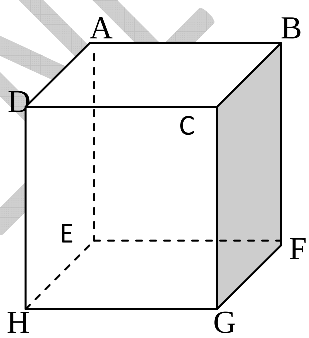
- ✓ Une droite est dite perpendiculaire à un plan (P) lorsqu'elle est perpendiculaire à deux droites sécantes de ce plan (P).
- ✓ Pour démontrer qu'une droite (D) et un plan (P) sont perpendiculaires, on montre que (P) est perpendiculaire à deux droites sécantes (L) et (L') incluses dans (P).



Les droites (L) et (T) sont sécantes et perpendiculaires à (D), donc (D) est perpendiculaire au plan (P).

5) Exercice d'application :

On considère le cube ABCDEFGH ci-dessous:



a) Quelle est la position relative de : (AD) et (ABC) ; (AD) et (AEH) ; (AD) et (HEF) ; (BD) et (ABC) ; (BD) et (DHF) ; (BD) et (HEF) ?

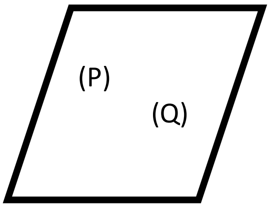
b) Donne une droite sécante à (ACG) et une droite parallèle à (ACG).

c) Donne un plan sécant à (DF) et un plan disjoint à (FG).

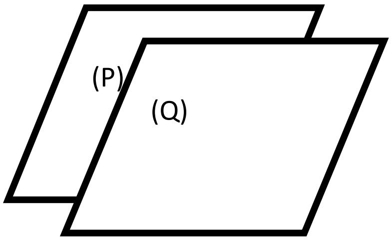
III. Positions relatives de plans dans l'espace :

1) Définitions :

✓ *Deux plans sont parallèles lorsqu'ils sont confondus ou disjoints.*

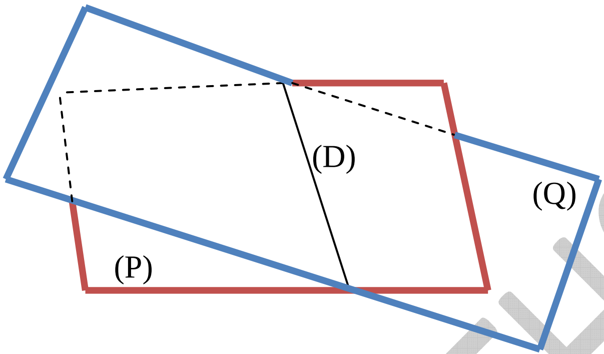


Plans confondus : (P)=(Q)



Plans disjoints : (P)∩(Q)=Ø

✓ *Deux plans sont sécants lorsque leur intersection est une droite.*



Plans sécants : (P)∩(Q)= (D)

2) Propriétés :

✓ *Si deux plans distincts ont un point en commun, alors leur intersection est une droite passant par ce point.*

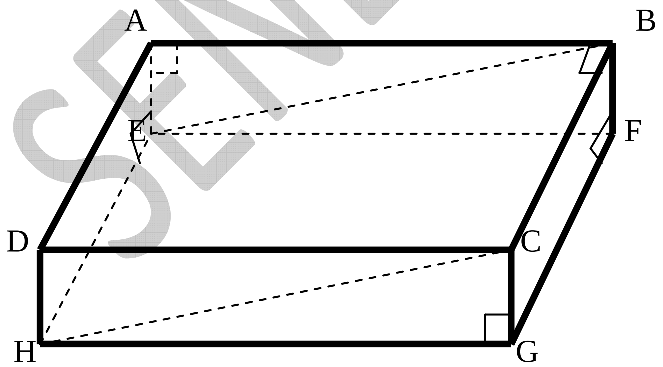
✓ *Si un plan (p) contient deux droites sécantes qui sont parallèles à deux droites sécantes d'un plan (Q), alors ces deux plans sont parallèles.*

Remarque :

L'intersection de deux plans ne peut donc pas être un point.

3) Exercice d'application :

Observe ce dessin puis recopie et complète les phrases suivantes en utilisant les mots : parallèles ou sécants.



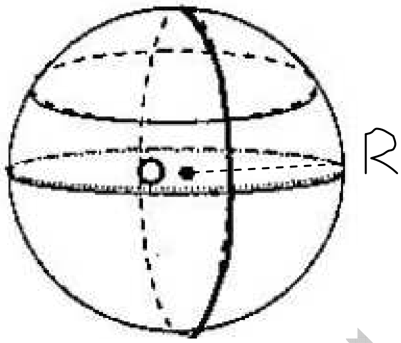
a) Les plans (ABC) et (EHG) sont …
b) Les plans (ABC) et (BEF) sont …
c) Les plans (ADH) et CBE) sont …
d) Les plans (BEF) et (CHG) sont ….

ibselam85@yahoo.fr

IV. Section d'une sphère par un plan :

1) Définition :

Une sphère de centre O et de rayon R est l'ensemble des points de l'espace situés à la même distance R du point O.



2) Propriété :

La section d'une sphère par un plan est toujours un cercle.

3) Vocabulaires :

La section d'une sphère par un plan qui passe par son centre est appelée **un grand cercle** de rayon R**.**
Les autres sections sont appelées **des petits cercles** de rayon r tel que $r^2 = R^2 - OH^2$ avec H le pied de la perpendiculaire issu de O au plan.

4) Exercice d'application :

Soit une sphère (S) de centre et de rayon 5 cm. On coupe (S) par un plan (P) situé à 3 cm du point O.

a) Fais le dessin.
b) Calcule le rayon du cercle de section.

FIN.

Progression des enseignements :

CONTENU	DATES
Chap1- AN : Nombre Rationnels	15 au 31 Octobre
Chap 1 – AG : Distance	1 Novembre au 13 Novembre
Intégration – Evaluation (Devoir 1 – 1er semestre)	14 Novembre au 16 Novembre
Chap 2 – AN – Calcul Algébrique	17 Novembre au 25 Novembre
Chap 2 – AG : Droites des milieux	26 Novembre au 11 Décembre
Chap 3 – AN : Equation à une inconnue	12 Décembre au 19 Décembre
Intégration – Evaluation (Devoir 2 – 1er semestre)	20 Décembre au 21 Décembre
Noël	
Chap 3 – AG : Droites remarquables	5 Janvier au 12 Janvier
Chap 4 – AN : Inéquations et système de 2 inéquations à 1 inconnue	13 Janvier au 24 Janvier
Intégration – Evaluation (Devoir 3 – 1er semestre)	25 Janvier au 27 Janvier
Chap 4 – AG : Triangle rectangle	28 Janvier au 1 Février
Intégration – Evaluation (Composition 1er semestre**)**	2 Février au 7 Février
Chap 5 – AG : Translation et Vecteur	16 Février au 28 Février
Intégration – Evaluation (Devoir 1 – 2ème semestre)	2 Mars au 5 Mars
Chap 5 – AN : Application Linéaire	6 Mars au 14Mars
Chap 6 – AG : Rotations – Polygônes réguliers	16 Mars au 28 Mars
Intégration – Evaluation (Devoir 2 - 2éme semestre)	27 Mars au 28 Mars
Pâques	
Chap 6 – AN : Statistiques	13 Avril au 25 Avril
Chap 7 – AG : Projection orthogonale	27 Avril au 29 Avril
Intégration – Evaluation (Devoir 3 – 2ème semestre)	30 Avril au 3 Juin
Chap 8 – AG : Géométrie dans l'espace	4 Juin au 11 Juin
Intégration – Evaluation (Composition 2ème semestre)	11 Juin au 22 Juin

Prochainement, nous ferons mieux encore « Incha Allah »

ibselam85@yahoo.fr