

**IUT Génie Civil 1<sup>ère</sup> année**  
**TP de RdM N°2**

**Flambement – Flambage – DeltaLab**

<u>Groupe:</u> <u>Noms / Prénoms:</u>	<u>Date:</u>	<u>Note / Remarques:</u>

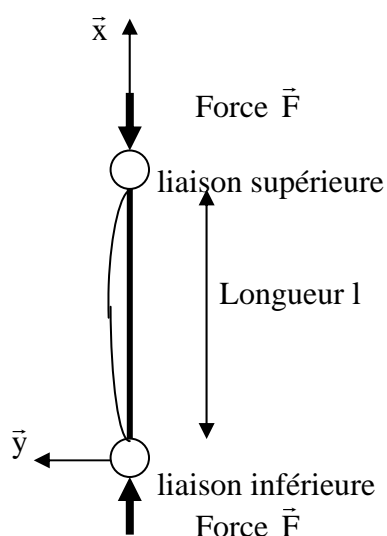
**👉 Objectifs du TP**

Lorsqu'une pièce en forme de poutre rectiligne subit un effort axial croissant, tendant à la raccourcir, on observe successivement 2 types de sollicitations :

- pour une charge axiale  $F$  inférieure à une limite notée  $F_C$  (charge critique), la poutre est comprimée, elle reste rectiligne et se raccourcit,
- pour une charge axiale  $F \geq F_C$ , la poutre fléchit brusquement et l'on observe de grands déplacements : On parle d'INSTABILITE. Si l'on relâche l'effort axial, la structure revient à sa position initiale : Il s'agit donc d'une instabilité ELASTIQUE.

La nature des liaisons du bâti avec la poutre comprimée modifie la valeur de  $F_C$  :

- liaison (articulé – articulé)
- liaison (encastré – encastré)
- liaison (encastré – articulé)
- liaison (encastré – libre)

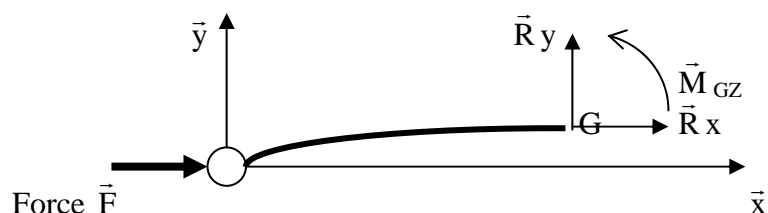


**Figure 1**

L'objectif de cette manipulation est de déterminer expérimentalement  $F_C$  (force critique) et  $y(x)$  (flèche de la poutre), en faisant varier les types de liaison et les poutres utilisées (sections, matériaux).

L'autre objectif est de comparer les résultats expérimentaux à l'étude théorique du flambement.

### Rappels théoriques : Poutres dont les 2 extrémités sont articulées



**Figure 2**

$$\{ \tau_{coh} \} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R} \\ \vec{M}_G \end{array} \right\}$$

$$\text{Avec } \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = -F \vec{x} \\ \vec{M}_G = -F \cdot y \vec{z} \end{array} \right.$$

$$\text{Or } EI(G,z)v'' = M_{fz} \quad \text{ou} \quad EI(G,z)v = M_{fz}$$

d'où  $EI(G,z)v + F \cdot y = 0$  Equation différentielle du second ordre sans second membre

$$y = A \cos \omega x + B \sin \omega x$$

$$\text{avec } \omega^2 = \frac{F}{EI(G,z)} \quad \omega = \sqrt{\frac{F}{EI(G,z)}}$$

$$\begin{array}{l} \text{Conditions aux limites :} \\ \left. \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 0 \end{array} \right\} \mathbf{A} = \mathbf{0} \\ \\ \left. \begin{array}{l} x = l \\ y = 0 \end{array} \right\} \mathbf{B} \sin \omega l = 0 \\ \sin \omega l = 0 \\ \omega l = k\pi \\ \omega = \frac{k\pi}{l} \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{F}{EI(G,z)}} = \frac{k\pi}{l}$$

La plus faible valeur de F qui satisfait à cette relation est obtenue pour  $k = 1$  (flambement du premier ordre) ; on désigne cette valeur de F par **F<sub>c</sub> ou charge critique d'Euler** :

$$F_C = \frac{\pi^2 EI(G, z)}{l^2}$$

### ☒ Matériels utilisés

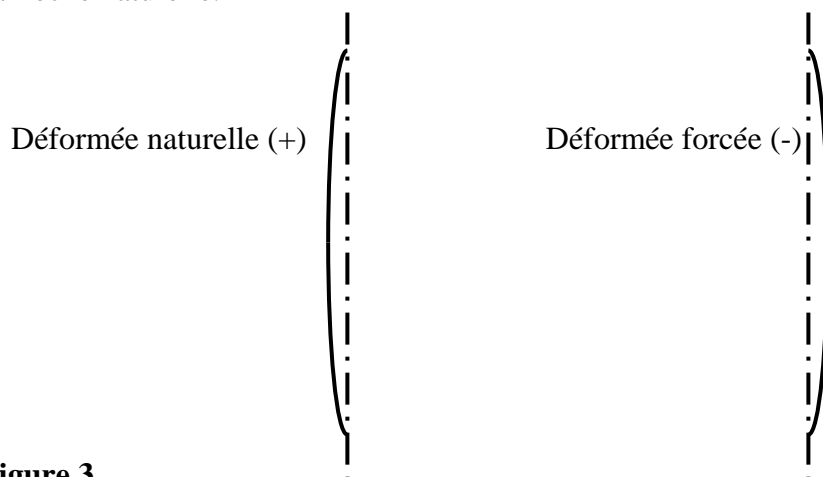
---

- banc de traction - flexion EX 150 DELTALAB
- - 2 types de chapes pour la mise en compression de la poutre (articulation, encastrement)
- - 1 limiteur de course latérale pour ne pas endommager les poutres
- 2 poutres en acier ( module d'élasticité :  $E = 2.1 \cdot 10^5$  MPa,  $\sigma_e = 400$  MPa)
- 1 poutre en PVC (module d'élasticité :  $E = 3.7 \cdot 10^3$  Mpa,  $\sigma_e = 30$  MPa)

### ⌚ Mode opératoire

---

Chaque poutre a une **déformée naturelle notée (+)** ou une **déformée forcée notée (-)** (figure3). La flèche forcée s'obtient en guidant délicatement la poutre dans le sens inverse de sa flèche naturelle.



**Figure 3**

La manipulation consiste à relever la flèche de la poutre (déplacement transversal en mm) en fonction du chargement (force de compression en N). Cette manipulation s'effectue pour la flèche naturelle et pour la flèche forcée : la valeur de la charge critique d'Euler  $F_C$  correspond à la force de compression moyenne pour laquelle la flèche augmente de manière considérable. La flèche est relevée au droit de la section  $L/6$  de la poutre, à l'aide du comparateur fixé sur la barre de guidage.







## Conclusion

---

- Tracer les courbes : force de compression = f(déplacement transversal)  $F = f(v)$   
Pour un déplacement transversal naturel et forcé sur le même graphe.  
En déduire  $F_C$  expérimental pour chaque cas de chargement
- Calculer  $F_C$  théorique pour la poutre bi-articulée
- Tracer les courbes : Contrainte = fonction de l'élongement
- Qu'en est-il de la longueur libre de flambement  $L_f$  ?
- Quels auraient été les résultats pour une poutre articulée – encastree ?
- Placer sur les graphes ( Contrainte = fonction de l'élongement ) les limites d'élasticité des matériaux.
- Modéliser la structure bi-articulée sous le logiciel RdM, et comparer les déplacements transversaux obtenus par le logiciel et les déplacements transversaux expérimentaux.  
Conclure.

**III - Contrainte critique  $\sigma_c$**

La contrainte critique  $\sigma_c$ , caractéristique d'un filaire, est la contrainte qui provoque l'apparition d'une fissure de fatigue. Elle est fonction de la contrainte nominale  $\sigma_n$  et de la contrainte de cisailage  $\tau_n$  qui agit sur le filaire. Elle est donnée par :

$$\sigma_c = \frac{\sigma_n + \tau_n}{1 + \frac{\sigma_n \tau_n}{\sigma_{c0} \tau_{c0}}}$$

où  $\sigma_{c0}$  et  $\tau_{c0}$  sont les contraintes critiques de traction et de cisailage respectivement.

Exemple : Déterminer la contrainte critique  $\sigma_c$  d'un filaire en acier de diamètre  $\phi = 10 \text{ mm}$ , de longueur  $l = 100 \text{ mm}$  et de section  $S = 78,5 \text{ mm}^2$ , soumis à une charge  $P = 10 \text{ kN}$ .

On a :  $\sigma_n = \frac{P}{S} = \frac{10000}{78,5} = 127,39 \text{ MPa}$

On a :  $\tau_n = \frac{P}{S} = \frac{10000}{78,5} = 127,39 \text{ MPa}$

On a :  $\sigma_{c0} = 1200 \text{ MPa}$  et  $\tau_{c0} = 800 \text{ MPa}$

Donc :  $\sigma_c = \frac{127,39 + 127,39}{1 + \frac{127,39 \times 127,39}{1200 \times 800}} = 127,39 \text{ MPa}$

**Remarque :** La contrainte critique  $\sigma_c$  est fonction de la contrainte nominale  $\sigma_n$  et de la contrainte de cisailage  $\tau_n$ . Elle est donnée par :

$$\sigma_c = \frac{\sigma_n + \tau_n}{1 + \frac{\sigma_n \tau_n}{\sigma_{c0} \tau_{c0}}}$$

où  $\sigma_{c0}$  et  $\tau_{c0}$  sont les contraintes critiques de traction et de cisailage respectivement.

Si l'on considère un filaire soumis à une charge  $P$ , on a :

$$\sigma_n = \frac{P}{S}$$

$$\tau_n = \frac{P}{S}$$

Donc :

$$\sigma_c = \frac{2P}{S \left( 1 + \frac{P^2}{\sigma_{c0} \tau_{c0} S^2} \right)}$$

On a :  $\sigma_c = \frac{2P}{S \left( 1 + \frac{P^2}{\sigma_{c0} \tau_{c0} S^2} \right)}$

Si l'on considère un filaire soumis à une charge  $P$ , on a :

$$\sigma_n = \frac{P}{S}$$

$$\tau_n = \frac{P}{S}$$

Donc :

$$\sigma_c = \frac{2P}{S \left( 1 + \frac{P^2}{\sigma_{c0} \tau_{c0} S^2} \right)}$$

On a :  $\sigma_c = \frac{2P}{S \left( 1 + \frac{P^2}{\sigma_{c0} \tau_{c0} S^2} \right)}$